A. Logioti
F. Schewe
D. Zimmermann

Höhere Mathematik 1 für el, kyb, mecha, phys

I. Steinwart

Wintersemester 2022/23

Übungsblatt 14

Aufgabe 53. *Obere und untere Riemann'sche Summe*
Given the function $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ with

$$f(x) = \begin{cases} c, & x = a, \\ 0, & x \in (a, b]. \end{cases}$$

Using upper and lower Riemannian sums, show that f is Riemann integrable on $[a, b]$ and holds

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = 0.$$

Aufgabe 54. *Integration*
Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int x^3 \ln(x)\,\mathrm{d}x,$ **(c)** $\displaystyle\int x \sin(4x)\,\mathrm{d}x,$

(b) $\displaystyle\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^4}}\,\mathrm{d}x,$ **(d)** $\displaystyle\int \frac{\sin(2x)}{2+\sin(x)}\mathrm{d}x.$

Hinweis: Sie können die Formel $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$ verwenden.

Aufgabe 55. *Partielle Integration und Substitution*

(a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(i) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{2x}}{1+\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x,$ **(ii)** $\displaystyle\int \ln^2(x)\,\mathrm{d}x.$

(b) Sei $a > 0$ und seien $u, v \colon [-a, a] \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen. Dabei sei u eine gerade Funktion, d.h. es gilt $u(-x) = u(x)$ für alle $x \in [-a, a]$ und v eine ungerade Funktion, d.h. $v(-x) = -v(x)$ für alle $x \in [-a, a]$. Zeigen Sie, dass

$$\int_{-a}^a u(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_0^a u(x)\,\mathrm{d}x, \qquad \int_{-a}^a v(x)\,\mathrm{d}x = 0.$$

Aufgabe 56. *Integral-Rechenregeln*

Gegeben seien zwei Funktionen $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$, die sich nur an endlich vielen Stellen im Intervall $[a, b]$ unterscheiden. Verwenden Sie das Resultat aus Aufgabe 1, um zu zeigen, dass

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Online-Aufgabe

Dieses Übungsblatt wird im Sommersemester 2023 als erstes Übungsblatt der HM2 gewertet. Zu diesem Blatt gibt es keine Online-Übung.