

Vortragsübungsblatt 1

Aufgabe V1. Quantoren

Sei $\mathcal{S} = \{s_1, s_2, \dots\}$ eine Menge von Studenten und $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots\}$ eine Menge von Vorlesungen. Darüber hinaus sei $\mathbf{Da}(s_i, v_j)$ wahr, wenn Student s_i in der Vorlesung v_j anwesend war. Formulieren Sie folgende Aussagen mit Hilfe von Quantoren:

- Mindestens ein Student (die selbe Person) war in allen Vorlesungen anwesend.
- In jeder Vorlesung war mindestens ein Student anwesend.
- Mindestens einmal waren alle Studenten in einer Vorlesung anwesend.
- Jeder Student war mindestens einmal in einer Vorlesung.
- Alle Studenten waren in jeder Vorlesung anwesend.

Aufgabe V2. NAND und NOR

In der Logik gibt es 16 mögliche Verknüpfungen der beiden Aussagen A und B .

- Alle diese Verknüpfungen können auch mittels der zweistelligen Verknüpfung

$$A \text{ NAND } B \Leftrightarrow \neg(A \wedge B)$$

oder aber der zweistelligen Verknüpfung

$$A \text{ NOR } B \Leftrightarrow \neg(A \vee B)$$

dargestellt werden. In der Vorlesung wurden die Beispiele

$$\neg A \Leftrightarrow A \text{ NAND } A$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow (A \text{ NAND } B) \text{ NAND } (A \text{ NAND } B)$$

angegeben werden. Stellen Sie die Aussage $\neg A \vee B$ ausschließlich mit Hilfe von (i) NAND bzw. (ii) NOR dar.

- Des Weiteren werden die 'exklusiv oder'-Operationen XOR und XNOR mit den Wahrheitswerten

A	B	$A \text{ XOR } B$	$A \text{ XNOR } B$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

eingeführt. Stellen Sie die Operationen $A \text{ XOR } B$ und $A \text{ XNOR } B$ mittels der üblichen mathematischen Notation möglichst einfach dar.

Aufgabe V3. *Wahrheitstabellen*

Ein schiffbrüchiger Logiker landet auf einer einsamen Insel. Dort gibt es nur Einwohner, die entweder stets lügen (die Schurken) oder stets die Wahrheit sagen (die Ritter). Der Logiker trifft zwei Bewohner, Achim und Bert. Er fragt beide nach dem Namen der Insel. Die Antworten lauten:

Achim: „Dies ist die Insel Maya und Bert ist ein Ritter.“

Bert: „Dies ist die Insel Maya und Achim ist ein Schurke.“

Der Logiker stellt sich nun die Fragen, ob er wirklich auf der Insel Maya gelandet ist und ob er einem der beiden Einwohner trauen kann. Beantworten Sie seine Fragen mit Hilfe einer Wahrheitstabelle.

Aufgabe V4. *Mengen*

Gegeben seien die Mengen A, B und C . Überprüfen Sie, ob die folgenden Beziehungen zwischen den Mengen gelten. Veranschaulichen Sie die Situation durch Venn-Diagramme und geben Sie für den Fall, dass die Beziehung nicht gültig ist, ein Element an, das die Aussage nicht erfüllt.

(a) $A \cup (A \cap B) = A$

(b) $(A \setminus C) \cup B = (A \cup B) \setminus C$

(c) $(A \cup B) \cap C \subseteq A \cap (B \cup C)$

(d) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$