

Vortragsübungsblatt 4

Aufgabe V11. *Eine alte Klausuraufgabe*

Gegeben seien $w = 1 - i$ und $z = (1 + i)(1 - \sqrt{3}i)$.

- (a) Bestimmen Sie $|z|$ und $\arg(z) \in [0, 2\pi)$.
(b) Schreiben Sie $\frac{z}{w^3}$ in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Hinweis: Das *Argument* $\arg(z)$ einer komplexen Zahl z ist der Winkel φ in der Polardarstellung $z = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi)) = re^{i\varphi}$.

Aufgabe V12. *Einheitswurzeln*

- (a) Beschreiben Sie geometrisch die Lage der n -ten Einheitswurzeln in der Gaußschen Zahlenebene.
(b) Bestimmen Sie alle $w \in \mathbb{C}$ mit $w^3 = -8i$ und skizzieren Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene.

Aufgabe V13. *Teilmengen von \mathbb{C} in der Gaußschen Zahlenebene*

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen von \mathbb{C} in der Gaußschen Zahlenebene:

- (a) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}((1 + i)z) = 5\}$ (d) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2i| = |z + 3|\}$
(b) $\{z \in \mathbb{C} : |z + 1 - i| < 1\}$ (e) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = 1\}$
(c) $\{z \in \mathbb{C} : (\operatorname{Re}(z))^2 + (\operatorname{Im}(z) + 1)^2 \geq 4\}$ (f) $\{z \in \mathbb{C} : \frac{\pi}{4} \leq \arg z < \frac{\pi}{2}\}$