

## Vortragsübungsblatt 5

### Aufgabe V14. Polynomdivision

Gegeben sei das reelle Polynom

$$p(x) = 2x^4 + 9x^3 - 3x^2 + 9x - 5.$$

- (a) Eine Nullstelle von  $p$  ist  $\lambda_1 = i$ . Bestimmen Sie alle weiteren Nullstellen von  $p$  in  $\mathbb{C}$ .
- (b) Geben Sie das Polynom  $p$  als Produkt von reellen Polynomen mit möglichst kleinem Grad an.

### Aufgabe V15. Polynome?

Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der folgenden Gleichungen.

- (a)  $z \cdot \bar{z} + a = 0$  in Abhängigkeit von  $a \in \mathbb{C}$ ,
- (b)  $z^2 + 2\bar{z} + 1 = 0$ ,
- (c)  $(z - \bar{z} + i)(z + 2\bar{z} - 1 + 3i) = 0$ .

### Aufgabe V16. Nullstellensuche

- (a) Vom Polynom  $p$  sei bekannt, dass es nur ganzzahlige Nullstellen besitzt. Wie kann man diese Nullstellen effizient finden? Bestimmen Sie mit dieser Methode alle Nullstellen von

$$3x^3 + 15x^2 - 1227x + 6825.$$

- (b) Sei nun  $p(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k$  und  $\deg(z) = n \geq 1$ . Zeigen Sie, dass dann alle Nullstellen

von  $p$  in der Menge  $\left\{ z \in \mathbb{C} : |z| \leq \max \left\{ 1, \frac{1}{|a_n|} \sum_{k=0}^{n-1} |a_k| \right\} \right\}$  liegen.