

Vortragsübungsblatt 9

Aufgabe V26. *Stetigkeit nachweisen*

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des ε - δ -Kriteriums, dass $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

in $x_0 = -1$ stetig ist.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Folgenkriteriums, dass die Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$g(x) = \begin{cases} |x| \left(x + \frac{1}{x}\right) & , \text{ falls } x \neq 0, \\ 0 & , \text{ falls } x = 0. \end{cases}$$

unstetig ist.

Aufgabe V27. *Zwischenwertsatz*

Ein Zug habe eine 800 km lange Strecke in genau 4 Stunden zurückgelegt. Zeigen Sie, dass es auf seinem Weg ein 200 km langes Stück Strecke geben muss, für das der Zug genau eine Stunde gebraucht hat.

Aufgabe V28. *Eine unstetige Umkehrfunktion*

Gegeben sei die Funktion

$$g: (-1, 0] \cup (1, 2) \rightarrow (-1, 1): g(x) = \begin{cases} x & , \text{ falls } x \in (-1, 0], \\ x-1 & , \text{ falls } x \in (1, 2). \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass g stetig, bijektiv und streng monoton wachsend ist.

(b) Zeigen Sie, dass g^{-1} nicht stetig ist.