

Vortragsübungsblatt 11

Aufgabe V32. Ableitungsregeln

- (a) Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen in dem Bereich, in dem diese jeweils definiert sind:

(i) $f(x) = \ln \left(\frac{(x+1)^4(3x-1)^2}{\sqrt{x^2+7}} \right),$

(ii) $f(x) = \cos \left(e^{2\sin(x)} \sqrt[3]{x^4+3} \right),$

(iii) $f(x) = \frac{1}{\arctan(x^2)},$

(iv) $f(x) = \frac{\sinh(x^7)}{\cosh(x^7)}.$

- (b) Sei $I \subset \mathbb{R}$ offen, und $f : I \rightarrow (0, \infty)$, $g : I \rightarrow \mathbb{R}$ seien differenzierbare Funktionen. Bestimmen Sie die Ableitung von $h : I \rightarrow (0, \infty)$ gegeben durch

$$h(x) = f(x)^{g(x)}$$

in Abhängigkeit von f, f', g und g' .

Aufgabe V33. Gerade und ungerade Funktionen

Eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt *gerade*, falls $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt, und *ungerade*, falls stattdessen $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ erfüllt ist. Zeigen Sie: Ist f gerade, so ist f' ungerade, und ist f ungerade, so ist f' gerade.

Aufgabe V34. Differenzierbarkeit

Untersuchen Sie bei folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, für welche $x \in \mathbb{R}$ diese differenzierbar sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls die Ableitung in diesen Punkten:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & : x \neq 0, \\ 1 & : x = 0, \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x \sin(\ln(|x|)) & : x \neq 0, \\ 0 & : x = 0, \end{cases}$

c) $f(x) = x^2 \mathbf{1}_{\mathbb{Q}}(x).$