

Vortragsübungsblatt 12

Aufgabe V35. Differenzierbarkeit

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine in $x = 0$ stetige Funktion mit $f(0) \neq 0$. Weiter sei die Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: g(x) = (f(x))^2$ in $x = 0$ differenzierbar. Zeigen Sie, dass dann auch die Funktion f in $x = 0$ differenzierbar ist.

Aufgabe V36. Differenzierbarkeit und Stetigkeitsarten

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Ist $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar mit beschränkter Ableitung, dann ist f gleichmäßig stetig.
- (b) Ist $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig und differenzierbar, dann ist f' beschränkt.

Aufgabe V37. Kurvendiskussion

Es sei $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto f(x) = x^x$. Untersuchen Sie f auf Nullstellen, Extrema und Wendepunkte. Untersuchen Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow 0+$ und $x \rightarrow +\infty$. Skizzieren Sie den Graphen von f .