

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Mittwoch, den 23. Oktober, um

08:00 Uhr in V53.01 (bewe, geod, lrt, mach, ving)

17:30 Uhr in V47.01 (bau, etit, iui, cbiw, ernen, ft, medtech, mawi, tema, uwt)

Aufgabe V 1. Vollständige Induktion

(a) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

(b) Sei $a_1, a_2, a_3, \dots \in \mathbb{R}$ eine Folge von Zahlen mit der Eigenschaft

$$a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \text{ für alle } n \in \mathbb{N} \text{ mit } n \geq 3.$$

Zeigen Sie, dass dann gilt $a_{3k+1} = (-1)^k a_1$ für alle $k \geq 0$.

(c) Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto (e^x - 5)^2$. Zeigen Sie, dass die n -te Ableitung von f gegeben ist durch

$$f^{(n)}(x) = 2^n e^{2x} - 10e^x \text{ für alle } n \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe V 2. Ungleichungen

Bestimmen Sie jeweils für welche $x \in \mathbb{R}$ die folgenden Ungleichungen definiert und erfüllt sind.

(a) $x^2 - 1 \geq 2x + 7$.

(b) $\frac{7}{x+2} + 4 > \frac{15}{x-2}$.

Aufgabe V 3. Mengen

Skizzieren Sie die folgenden Mengen

(a) $M_1 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq (x+1)^2\}$

(b) $M_2 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < y^2\}$

(c) $M_3 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x+2)^2 + (y-1)^2 \leq 3^2\}$