Tobias Holicki
Julia Meißner

# Höhere Mathematik 1

## 7. Vortragsübung zur Vorlesung

M. Stroppel

Wintersemester 2023/2024

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Mittwoch, den 31. Januar, um
08:00 Uhr in V47.02 (bewe, geod, lrt, mach, verk)
17:30 Uhr in V47.01 (ernen, fmt, medtech, mawi, tema, uwt, verf, bau, iui )

**Aufgabe V 18.** *Eigenwerte*

Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ die lineare Abbildung, die eine Drehung um den Winkel $\frac{\pi}{3}$ um die $x_3$-Achse im Standardkoordinatensystem beschreibt, und welche den ersten Vektor der Standardbasis $\mathcal{E}$ des $\mathbb{R}^3$ auf einen Vektor mit nicht-negativen Einträgen abbildet.

**(a)** Bestimmen Sie die Matrix ${}_{\mathcal{E}}f_{\mathcal{E}}$.

**(b)** Bestimmen Sie alle reellen und alle komplexen Eigenwerte der Matrix ${}_{\mathcal{E}}f_{\mathcal{E}}$ sowie alle dazugehörigen Eigenvektoren.

**Aufgabe V 19.** *Charakteristisches Polynom*

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

**(a)** Seien $A, B \in \mathbb{C}^{3\times 3}$ mit charakteristischen Polynomen $\chi_A(\lambda) = -\lambda^3 + 2\lambda^2 - \lambda$ und $\chi_B(\lambda) = -\lambda^3+7\lambda^2-9\lambda+3$. Dann hat die Matrix $AB$ den Eigenwert $0$ mit geometrischer Vielfachheit gleich $1$.

**(b)** Seien $A, B \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ mit $\chi_A(\lambda) = \chi_B(\lambda)$. Dann ist $A$ konjugiert zu $B$.

**(c)** Es gibt eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $A = A^\intercal$ und $\chi_A(\lambda) = \lambda^2 + 1$.

**Aufgabe V 20.** *Eigenwerte*

Gegeben sei die Matrix $A := \begin{pmatrix} -2 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

**(a)** Geben Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von $A$ als Produkt von Linearfaktoren an.

**(b)** Ist $A$ invertierbar?