

Übungsblatt 1

»Seit man begonnen hat, die einfachsten Behauptungen zu beweisen, erwiesen sich viele von ihnen als falsch.«
(Bertrand Russell; 1872–1970)

P 1.1. Es seien A, B und C Aussagen.

(a) Beweisen Sie die Sätze von de Morgan mit Hilfe einer Wahrheitstabelle:

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

(b) Beweisen Sie die Distributivgesetze mit Hilfe einer Wahrheitstabelle:

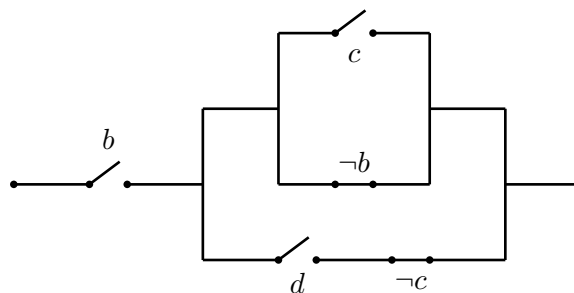
$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

P 1.2. Verneinen Sie die folgenden Aussagen auf möglichst einfache Weise.

1. Es schneit und es ist kalt.
2. Es schneit nicht oder es ist Winter.
3. Wenn es schneit, dann ist Winter.
4. Wenn es regnet, dann sind alle Straßen nass.
5. Es gibt einen Menschen, der kein Mathe mag.
6. Wenn niemand die spanische Inquisition erwartet, dann sind alle glücklich.

P 1.3. Gegeben ist die folgende elektrische Schaltung S :



Dabei ist der Schalter b bzw. c immer dann geöffnet, wenn $\neg b$ bzw. $\neg c$ geschlossen ist (und umgekehrt). Stellen Sie die Aussage

$$A :\Leftrightarrow \text{„in } S \text{ fließt Strom“}$$

mittels der Aussage

$$B :\Leftrightarrow \text{„Schalter } b \text{ ist geschlossen“}$$

und analoger Aussagen für Schalter c bzw. d sowie der logischen Verknüpfungen „ \vee “ und „ \wedge “ dar. Vereinfachen Sie die Schaltung soweit es geht, indem Sie A umformen.

Bitte wenden!

P 1.4. Auf einem Planeten befinden sich Roboter mit folgenden Eigenschaften: **i)** Sie können sich gegenseitig sehen, aber nicht miteinander kommunizieren. **ii)** Sie denken logisch. **iii)** Wenn ein Roboter erkannt hat, dass er einen Makel besitzt – und nur dann – schaltet er sich zu Beginn des folgenden Tages ab. Eines Tages erscheint ein Raumschiff auf dem Planeten, beobachtet die Roboter und teilt den Robotern mit, dass es Roboter mit defekten Stellen auf ihrem Rücken gibt. Das Raumschiff fliegt wieder davon. Nach 400 Tagen schalten sich plötzlich alle Roboter ab.

Wieviele Roboter waren auf dem Planeten, wenn der Tag der Ankunft des Raumschiffs als Tag Null gesehen wird?