

Übungsblatt 14

»Die Menschen, die den richtigen Weg gehen wollen, müssen auch von Irrwegen wissen.«
(Aristoteles; 384 – 322 v. Chr.)

V 14.1. (a) Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

$$(i) \int_{-1}^1 \left(\frac{x^2}{4} + 3x - 1 \right) dx \quad (ii) \int_0^4 e^{2x+1} dx \quad (iii) \int_{\pi}^{-\pi} \sin(-2x) dx$$

(b) Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

$$(i) \int_1^3 \frac{x-1}{x} dx + \int_3^5 \frac{x-1}{x} dx \quad (ii) \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2(x) dx \quad (iii) \int_0^{\pi} \frac{\sinh(e^x)}{\pi} dy$$

(c) Bestimmen Sie $\tau \in \mathbb{R}$ so, dass $\int_4^{\tau} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = 8$ gilt.

V 14.2. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale. Nutzen Sie dazu die angegebenen Substitutionen.

$$(a) \int_e^{e^2} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx \quad (\text{Substitution } t = \ln x)$$
$$(b) \int_0^4 e^{\sqrt{x+1}} dx \quad (\text{Substitution } x = t^2 - 1)$$
$$(c) \int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} dx \quad (\text{Substitution } x = \sqrt{2} \sin u)$$

V 14.3. (a) Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

$$(i) \int \frac{1}{1+4x^2} dx \quad (ii) \int x^2 e^{\alpha x} dx \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \quad (iii) \int \tan x dx$$

(b) Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale durch reelle Partialbruchzerlegung.

$$(i) \int \frac{8x+4}{x^2+2x-3} dx \quad (ii) \int \frac{2x^2+9x+5}{x^3+x^2-x-1} dx$$

V 14.4. Berechnen Sie die Fläche, die von $f(x) = \sin x \cos x$ und $g(x) = \sin x$, sowie den beiden Geraden $x = 0$ und $x = 5\pi/4$ begrenzt wird. *Hinweis: Fertigen Sie eine Skizze an.*

V 14.5. Betrachten Sie die beiden Kurven $y^2 = x$ und $y = 2 - x$.

(a) Skizzieren Sie die beiden Kurven.

(b) [Optional] Drehen Sie das Koordinatensystem um $\pi/2$ gegen den Uhrzeigersinn und skizzieren Sie das neue Schaubild.

(c) Berechnen Sie den von beiden Kurven eingeschlossenen Flächeninhalt.