

# Übungsblatt 1

## Aufgabe 1. Obere und untere Riemann'sche Summe

Given the function  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  with

$$f(x) = \begin{cases} c, & x = a, \\ 0, & x \in (a, b]. \end{cases}$$

Using upper and lower Riemannian sums, show that  $f$  is Riemann integrable on  $[a, b]$  and holds

$$\int_a^b f(x) dx = 0.$$

## Aufgabe 2. Integration

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \int x^3 \ln(x) dx, & \text{(c)} & \int x \sin(4x) dx, \\ \text{(b)} & \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^4}} dx, & \text{(d)} & \int \frac{\sin(2x)}{2 + \sin(x)} dx. \end{array}$$

Hinweis: Sie können die Formel  $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$  verwenden.

## Aufgabe 3. Partielle Integration und Substitution

(a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{(i)} \quad \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx, \quad \text{(ii)} \quad \int \ln^2(x) dx.$$

(b) Sei  $a > 0$  und seien  $u, v : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$  stetige Funktionen. Dabei sei  $u$  eine gerade Funktion, d.h. es gilt  $u(-x) = u(x)$  für alle  $x \in [-a, a]$  und  $v$  eine ungerade Funktion, d.h.  $v(-x) = -v(x)$  für alle  $x \in [-a, a]$ . Zeigen Sie, dass

$$\int_{-a}^a u(x) dx = 2 \int_0^a u(x) dx, \quad \int_{-a}^a v(x) dx = 0.$$

**Aufgabe 4.** *Integral-Rechenregeln*

Gegeben seien zwei Funktionen  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ , die sich nur an endlich vielen Stellen im Intervall  $[a, b]$  unterscheiden. Verwenden Sie das Resultat aus Aufgabe 1, um zu zeigen, dass

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(x) dx.$$

**Online-Aufgabe**

Zusätzlich zu den Hausaufgaben gibt es zu jedem Übungsblatt ab Blatt 1 eine Online-Übung, in der jeweils bis zu 2 Punkte erreicht werden können.

Zum Blatt 1 gibt es zwei Online-Übungen.

- Der Online-Test 0 ist zum Kennenlernen des Formats der Online-Tests in Ilias. Dieser wird nicht gewertet! Der Test enthält 5 verschiedene Fragetypen und beinhaltet für alle Studierende die gleichen 5 Fragen. Dieser startet am 11.04 und wird bis zum 20.04 verfügbar sein. Die Testergebnisse der Online-Übung 0 können Sie sofort einsehen. Damit Sie sich mit diesem schon vertraut machen können, bevor Sie zu den Gruppenübungen angemeldet sind, befindet sich dieser in dem Ilias-Kurs zur Vorlesung [https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto\\_Uni\\_Stuttgart\\_fold\\_3275168.html](https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto_Uni_Stuttgart_fold_3275168.html)
- Zusätzlich startet am Freitag 14.04 der erste Online-Test, der gewertet wird. Hier können bis zu 2 Punkte erreicht werden. Dieser kann ebenfalls bis zum 20.04 bearbeitet werden. Den Test finden Sie in dem Ilias-Kurs zu den Gruppenübungen in dem Ordner Online-Übungen, wo Sie auch alle weiteren Online-Übungen im weiteren Semester finden werden:  
[https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto\\_Uni\\_Stuttgart\\_fold\\_3264159.html](https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto_Uni_Stuttgart_fold_3264159.html)

Die Lösungen sind als ganze Zahlen oder als Dezimalzahlen einzugeben, wenn es in der Aufgabe nicht anders angegeben ist. Falls Brüche in der Form  $a/b$  erlaubt sind, ist dies in der Frage angegeben. Sonstige Zeichen, wie zum Beispiel Klammern oder Operatoren wie  $*$ , dürfen **nicht** benutzt werden.

Der **Bearbeitungszeitraum** des Online-Tests 1 startet am Freitag, den 14.04.23 um 16 Uhr und endet am Donnerstag, den 20.04.23 um 23.55 Uhr. Innerhalb des Bearbeitungszeitraums können Sie den Test beliebig oft wiederholen, wobei die Fragen sich bei jedem Testdurchlauf ändern und nur die **letzten** Eingaben des letzten Testdurchlaufs gewertet werden. Ihre Ergebnisse aus dem Test können Sie eine Woche lang direkt nach Ende des Bearbeitungszeitraums einsehen.