

## Übungsblatt 3

Das Übungsblatt wird am Freitag, den 28.04 in den Übungsgruppen besprochen.

### Aufgabe 9. Taylorreihen

- (a) Bestimmen Sie die Taylorreihe von  $f(x) = e^{x^2}$  um  $x_0 = 0$  und ermitteln Sie ihren Konvergenzradius.

Hinweis: Verwenden Sie die Taylorreihe von  $g(x) = e^x$ .

- (b) Bestimmen Sie die Taylorreihe von

$$h(x) = \frac{1}{2+x},$$

um  $x_0 = 1$  und ermitteln Sie ihren Konvergenzradius.

Hinweis: Verwenden Sie die geometrische Reihe.

- (c) Bestimmen Sie die Taylorreihe von

$$k(x) = \frac{x}{(1-x)^2},$$

um  $x_0 = 0$  durch gliedweise Differentiation einer geeigneten Potenzreihe. Geben Sie das größtmögliche offene Intervall  $(a, b) \subsetneq \mathbb{R}$  an, auf dem die von Ihnen gefundene Reihe  $k$  tatsächlich darstellt.

### Aufgabe 10. Gleichmäßige Konvergenz von Ableitungen

Prove that the sequence of functions  $f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{n^3}$  satisfy the assumptions of Theorem 8.2.3 and plot the functions  $f_n$  for  $n = 1, 2, 3$ .

### Aufgabe 11. Unterräume

Untersuchen Sie, welche der folgenden Mengen Untervektorräume des  $\mathbb{R}^3$  sind. (Wenn es sich um einen Untervektorraum handelt, weisen Sie die Eigenschaften nach. Falls nicht, zeigen Sie dies mit einem Gegenbeispiel.)

- (a)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 4y + z\}$       (c)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z \in \mathbb{Z}\}$   
(b)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^4 = y^4\}$       (d)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = \frac{y+z}{2}\}$

**Aufgabe 12.** Potenzreihen

Für welche  $x \in \mathbb{R}$  konvergieren die folgenden Reihen?

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{n}} x^n$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{n} \right)^n \left( \frac{x}{1+x} \right)^n$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^{n+1} - 2^n}$$

$$(d) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x-2)^n}{5^n(n+1)\sqrt{n+3}}$$

**Online-Aufgabe**

Sie finden die Online-Aufgabe zum Blatt 3 (Bearbeitungszeit 28.04.–04.05.) im Ilias-Kurs zu den Gruppenübungen in dem Ordner Online-Übungen

[https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto\\_Uni\\_Stuttgart\\_fold\\_3264159.html](https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto_Uni_Stuttgart_fold_3264159.html)

Der **Bearbeitungszeitraum** startet am Freitag, den 28.04. um 16:00 Uhr und endet am Donnerstag, den 04.05. um 23:55 Uhr. Innerhalb des Bearbeitungszeitraums können Sie Ihre Eingaben beliebig oft wiederholen, wobei sich die Fragen bei jedem Testdurchlauf ändern und nur die **letzten** Eingaben gewertet werden. Ihre Ergebnisse aus dem Test können Sie eine Woche lang direkt nach Ende des Bearbeitungszeitraums einsehen.