

## Übungsblatt 9

### Aufgabe 33. Projektionen I

- (a) Bestimmen Sie mit dem Schmidtschen Verfahren eine Orthonormalbasis des  $\mathbb{R}^3$ , die sich aus den folgenden Basisvektoren ableitet:

$$v_1 = (-2, 2, 1)^\top, \quad v_2 = (-2, 0, 1)^\top, \quad v_3 = (3, 0, 0)^\top.$$

Sie können die Reihenfolge bestimmen, in der Sie die Vektoren benutzen.

- (b) Bestimmen Sie die orthogonale Projektion von  $(0, 1, 1)^\top$  auf  $\text{Span}\{v_1, v_2\}$ .

### Aufgabe 34. Spezielle Matrizen & Projektionseigenschaften

- (a) For which  $\alpha \in \mathbb{C}$  is the complex matrix  $\begin{pmatrix} \alpha & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \alpha \end{pmatrix}$  unitary?
- (b) Let  $n \in \mathbb{N}$  and  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  be a projection, such that it holds  $P^2 = P$ . Show that all eigenvalues of  $P$  are equal to 0 or 1.
- (c) Let  $n \in \mathbb{N}$  and  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  be a projection. If 0 is not an eigenvalue of  $P$ , then it holds  $P = \text{id}$ .

### Aufgabe 35. Projektionen II

Gegeben ist die Ebene

$$E : 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0,$$

in  $\mathbb{R}^3$ .

- (a) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von  $E$ .
- (b) Bestimmen Sie die Matrixdarstellung  $M(P)$  der Orthogonalprojektion auf die Ebene  $E$  bezüglich der kanonischen Basis des  $\mathbb{R}^3$ .
- (c) Bestimmen Sie  $\text{Rang}(P)$  und eine Basis von  $\text{Kern}(P)$ .

### Aufgabe 36. Eigenwerte & Eigenvektoren

- (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der folgenden Matrizen in  $\mathbb{C}^{n \times n}$ .

$$\text{i) } \begin{pmatrix} 4 & 0 & 9 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{ii) } \begin{pmatrix} -1 & 2 & 7 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

(b) Bestimmen Sie die Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren von  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , wobei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

#### Online-Aufgabe

Sie finden die Online-Aufgabe zum Blatt 9 (Bearbeitungszeit 16.06–22.06.) im Ilias-Kurs zu den Gruppenübungen in dem Ordner Online-Übungen

[https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto\\_Uni\\_Stuttgart\\_fold\\_3264159.html](https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto_Uni_Stuttgart_fold_3264159.html)

Der **Bearbeitungszeitraum** startet am Freitag, den 16.06. um 16:00 Uhr und endet am Donnerstag, den 22.06. um 23:55 Uhr. Innerhalb des Bearbeitungszeitraums können Sie Ihre Eingaben beliebig oft wiederholen, wobei sich die Fragen bei jedem Testdurchlauf ändern und nur der zuletzt gestartete Testdurchlauf gewertet wird. Ihre Ergebnisse aus dem Test können Sie eine Woche lang direkt nach Ende des Bearbeitungszeitraums einsehen.