

Übungsblatt 12

Dies ist das letzte Übungsblatt für dieses Semester. Das nächste Übungsblatt 13 ist ein Bonus-Übungsblatt. Mehr Informationen über das Bonus-Übungsblatt werden in einer separaten Email per Ilias nächste Woche bekannt gegeben.

Aufgabe 46. Richtungs-Ableitungen & Differenzierbarkeit

Let $u = (1, 1)^\top$, $v = (-2, 3)^\top$ and $w = (1, -1)^\top$. The function $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ possesses the following directional derivatives in (x_0, y_0) :

$$D_u f(x_0, y_0) = -2, \quad D_v f(x_0, y_0) = -1, \quad D_w f(x_0, y_0) = 2.$$

Explain why f cannot be differentiable in (x_0, y_0) .

Aufgabe 47. Differentialoperatoren

- (a) Sei das Vektorfeld $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch $f(x, y, z) = (xy^2, -yz^2, zx^2)$. Bestimmen Sie $\operatorname{div}(f)$ und $\operatorname{rot}(f)$.
- (b) Sei $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ein zweimal stetig differenzierbares Skalarfeld. Zeigen Sie, dass $\operatorname{div}(\nabla\varphi) = \Delta\varphi$

Aufgabe 48. Richtungs-Ableitungen

- (a) Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = xy^2z^3.$$

und $v = (-1, 0, 2)^\top$. Bestimmen Sie die Richtungsableitung $D_v f(1, 1, 1)$ und bestimmen Sie eine Richtung $w \in \mathbb{R}^3$, so dass $D_w f(1, 1, 1) = 0$.

- (b) Gegeben seien $v, w \in \mathbb{R}^2$ mit $v = (-2, 1)^\top$, $w = (1, 1)^\top$. Weiter sei $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar in $(2, 1)$ mit

$$D_v g(2, 1) = 3, \quad D_w g(2, 1) = -1.$$

Bestimmen Sie $\nabla g(2, 1)$.

Aufgabe 49. Partielle Ableitungen

- (a) Gegeben seien die Funktionen $\psi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ und $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, mit

$$\psi(x, y, z) = 1 - x^2 - y^2 + 2z, \quad \varphi(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + 2y \\ xy \\ y^2 - x^2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Ableitungen von ψ und φ .

- (b) Geben Sie die Richtungsableitung von ψ in Richtung $v = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1, -1)$ an.

Online-Aufgabe

Dies ist die letzte Online-Aufgabe für dieses Semester. Sie finden die Online-Aufgabe zum Blatt 12 (Bearbeitungszeit 07.07–13.07.) im Ilias-Kurs zu den Gruppenübungen in dem Ordner Online-Übungen

https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto_Uni_Stuttgart_fold_3264159.html

Der **Bearbeitungszeitraum** startet am Freitag, den 07.07. um 16:00 Uhr und endet am Donnerstag, den 13.07. um 23:55 Uhr. Innerhalb des Bearbeitungszeitraums können Sie Ihre Eingaben beliebig oft wiederholen, wobei sich die Fragen bei jedem Testdurchlauf ändern und nur der zuletzt gestartete Testdurchlauf gewertet wird. Ihre Ergebnisse aus dem Test können Sie eine Woche lang direkt nach Ende des Bearbeitungszeitraums einsehen.