

## Vortragsübungsblatt 1

### Aufgabe V1. *Integrale*

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_0^\pi x \sin(x) dx, & \text{(d)} \int_1^{e^2} x^2 \ln(x) dx, & \text{(g)} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos(x)^2 \sqrt{1 + \tan(x)}} \\ \text{(b)} \int_0^{\sqrt{e-1}} \arctan(x) dx, & \text{(e)} \int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2} \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx, & \text{(h)} \int_1^e \frac{x}{x^2 + 1} dx, \\ \text{(c)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) dx, & \text{(f)} \int_{-\pi}^\pi x^2 \sin(x) dx, & \end{array}$$

### Aufgabe V2. *Partialbruchzerlegung*

Geben Sie die folgenden Stammfunktionen an:

$$\text{(a)} \int \frac{9x - 2}{x^2 - x - 6} dx, \quad \text{(b)} \int \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^3 - x^2 + x - 1} dx, \quad \text{(c)} \int \frac{2x^3 - x^2 - 10x + 19}{x^2 + x - 6} dx.$$

### Aufgabe V3. *Taylorpolynome*

Gegeben sei die Funktion  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ .

- Bestimmen Sie das Taylorpolynom dritten Grades um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$ , kurz  $T_{3,f,1}(x)$ .
- Zeigen Sie die Abschätzung

$$\sup_{x \in [1, 1.1]} |f(x) - T_{3,f,1}(x)| \leq \frac{25}{12} \cdot 10^{-4}.$$

### Aufgabe V4. *Mehr Taylorpolynome*

Gegeben ist  $f(x) = \sqrt[3]{2x + 2}$ ,  $x \geq -1$ .

- Stellen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von  $f$  mit Entwicklungspunkt  $x_0 = 3$  auf.
- Schätzen Sie das Lagrange-Restglied zum Taylorpolynom zweiten Grades für  $x \in [-\frac{1}{2}, 3]$  unabhängig von  $x$  ab.