

Vortragsübungsblatt 8

Aufgabe V26. Singulärwert-Zerlegung

Finden Sie eine Singulärwert-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe V27. Quadrik

Finden Sie eine Matrix $A = A^T \in \mathcal{M}_{\mathbb{R}}(n, n)$, ein Vektor $b \in \mathbb{R}^n$ und eine Zahl $c \in \mathbb{R}$, sodass die Quadriken

$$Q_1 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid -x_1^2 + 3x_1x_2 + 2x_2^2 + 2x_1x_3 + 10x_2 + x_3^2 - 2x_2 - 5 = 0\},$$

$$Q_2 = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid -x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2x_3 + x_4^2 = 10\},$$

jeweils als

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle x, Ax \rangle + \langle b, x \rangle + c = 0\}$$

geschrieben werden können.

Aufgabe V28. Kegelschnitte

Sei $a, b > 0$. Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen des \mathbb{R}^2 .

- (a) Parabel: $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + bx_2 = 0\}$,
- (b) Ellipse: $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2/a^2 + x_2^2/b^2 = 1\}$,
- (c) Geradenpaar: $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2/a^2 = x_2^2/b^2\}$,
- (d) Hyperbel: $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2/a^2 - x_2^2/b^2 = 1\}$.

Aufgabe V29. Hauptachsentransformation

Es sei die Quadrik

$$Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x, Ax \rangle + \langle b, x \rangle + c = 0\}$$

gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = -1.$$

Führen Sie eine Hauptachsentransformation durch und skizzieren Sie Q .