

Vortragsübungsblatt 11

Aufgabe V36. Extremalstellen

Es sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) = y^2 - 3x^2y + 2x^4.$$

- (a) Berechnen Sie Gradient und Hessematrix von f .
- (b) Untersuchen Sie f auf Extremalstellen.

Aufgabe V37. Kleinste Quadrate

Gegeben sind N Punkte a_1, \dots, a_N im \mathbb{R}^n . Finden Sie das Minimum der Funktion

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \|x - a_i\|^2, \quad x \in \mathbb{R}^n.$$

Aufgabe V38. Implizite Funktion

Zeigen Sie, dass eine Funktion $g : (-\varepsilon, \varepsilon) \rightarrow \mathbb{R}$ existiert, sodass

$$xg(x)^2 + 2x^2e^{g(x)} = g(x)$$

und $g(0) = 0$. Bestimmen Sie $g'(0)$.

Aufgabe V39. Nicht-lineare Gleichungssysteme

Gegeben sei das nicht-lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 - 6\sqrt{x^2 + y^2} &= -8 \\x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y &= -8.\end{aligned}$$

- (a) Zeigen Sie, dass der Punkt $(0, 3, 1)$ eine Lösung des Gleichungssystems ist.
- (b) Überprüfen Sie, ob sich das Gleichungssystem im Punkt $(0, 3, 1)$ lokal nach x, y , nach x, z , oder nach y, z auflösen lässt.