

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Donnerstag, den 8. Mai,
um 14:00 Uhr in V53.01 (cbiw, ft, geod, mach, medtech, tema).
um 15:45 Uhr in V53.01 (bau, bewe, ernen, etit, iui, lrt, mawi, umw, ving).

Aufgabe V 3. *Stetige Funktionen - Zwischenwertsatz*

Eine Ameise krabbelt vom Boden aus an die Spitze eines 2 m hohen Pflanzenstängels. Dafür braucht sie genau 100 Sekunden. Manchmal krabbelt sie schneller, manchmal langsamer, manchmal hält sie an oder krabbelt auch wieder nach unten. Zeigen Sie, dass es einen Zeitraum von genau einer Sekunde gibt, in dem die Ameise genau 2 cm nach oben gekommen ist.

Aufgabe V 4. *Stetigkeit und Differenzierbarkeit*

(a) Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \text{ falls } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ 0 & , \text{ falls } x = 0. \end{cases}$$

- (i) Zeigen Sie, dass f differenzierbar ist und berechnen Sie f' .
- (ii) Zeigen Sie, dass f nicht stetig differenzierbar ist.

(b) Finden Sie Funktionen $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ mit den folgenden Eigenschaften:

- (i) f ist auf ganz D stetig differenzierbar mit Ableitung 0, aber f ist nicht konstant.
- (ii) f ist stetig differenzierbar auf $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ und es gilt $\lim_{x \rightarrow 0-0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} f'(x)$, aber f ist nicht differenzierbar in $x_0 = 0$.
- (iii) f ist stetig auf D , aber besitzt weder Minimum noch Maximum. Können f und D zusätzlich als beschränkt gewählt werden?

Aufgabe V 5. *Potenzreihen in \mathbb{C}*

Bestimmen Sie jeweils alle $z \in \mathbb{C}$, für die die folgenden Potenzreihen konvergieren.

(a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} (z - 4e)^k$$

(b)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2+i)^k}{k^4} z^{2k}$$