

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Donnerstag, den 4. Juni,

um 14:00 Uhr in V53.01 (cbiw, ft, geod, mach, medtech, tema).

um 15:45 Uhr in V53.01 (bau, bewe, ernen, etit, iui, lrt, mawi, umw, ving).

Aufgabe V 9. Gerade und ungerade Funktionen

Sei $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ und $D = (-\rho, \rho)$. Eine Funktion $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ heißt *gerade*, wenn für alle $x \in D$ gilt $f(x) = f(-x)$. Sie heißt *ungerade*, wenn für alle $x \in D$ gilt $f(x) = -f(-x)$.

- (a) Welche Besonderheiten weisen die Graphen gerader (ungerader) Funktionen auf?
- (b) Die unendlich oft differenzierbare Funktion f sei gerade (ungerade) und sei darstellbar als Potenzreihe $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$. Was können Sie über die Koeffizienten a_k sagen?
- (c) Die Funktionen $g_1, g_2: D \rightarrow \mathbb{R}$ seien gerade, die Funktionen $u_1, u_2: D \rightarrow \mathbb{R}$ ungerade, die Funktion $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei beliebig. Die Funktionen g_1 und u_1 seien differenzierbar, weiter seien G und U Stammfunktionen von g_1 und u_1 (genauer gelte $G' = g_1$ und $U' = u_1$). Entscheiden Sie (wenn möglich) für die folgenden Funktionen, ob diese gerade oder ungerade sind.

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|----------|
| • $u_1 + g_2$ | • $g_1 \cdot g_2$ | • $h \circ u_2$ | • u_1' |
| • $u_1 \cdot u_2$ | • $u_1 \circ u_2$ | • $g_1 \circ u_2$ | • G |
| • $u_1 \cdot g_2$ | • $h \circ g_2$ | • g_1' | • U |

- (d) Sei $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ungerade und Riemann-integrierbar, weiter sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig.

Berechnen Sie $\int_{-a}^a u(x) dx$.

- (e) Berechnen Sie $\int_{-\pi}^{\pi} e^{-x^2} \cos(\sin(x^5))(\sin(x))^{29} dx$.

Aufgabe V 10. Stetigkeit in $\mathbb{R}^n$

Gegeben seien die folgenden Funktionen $f_j: \mathbb{R}^2 \setminus \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $j = 1, 2, 3$. Prüfen Sie, ob diese stetig in $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ fortgesetzt werden können.

(a) $f_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x - y)^2}$

(b) $f_2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$

(c) $f_3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$