

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Donnerstag, den 16. Mai,
um 14:00 Uhr in V53.01 (cbiw, ft, geod, mach, medtech, tema).
um 15:45 Uhr in V53.01 (bau, bewe, ernen, iui, lrt, mawi, umw, ving).

Aufgabe V 27. Mittelwertsatz

Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x > 1$ gilt:

$$\ln(x) < x - 1.$$

Folgern Sie, dass $\pi^e < e^\pi$.

Aufgabe V 28. Grenzwerte der Form „ 1^∞ “ und „ 0^0 “

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe der Regel von l'Hospital, indem Sie zunächst geeignet umformen.

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{e^x}\right)^{(e^x)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0+0} (\sin(x))^{\frac{1}{\ln(x)}}$

Aufgabe V 29. Taylorpolynom und Restgliedabschätzung

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto e^x \cos(x)$ gegeben.

(a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_3(f, x, \pi)$.

(b) Finden Sie eine reelle Zahl a so, dass

$$|f(x) - T_3(f, x, \pi)| \leq a |x - \pi|^4$$

für alle $x \in [\pi - 1, \pi + 1]$ gilt.

(c) Bestimmen Sie ein $b \in (0, 1)$ so, dass

$$|f(x) - T_3(f, x, \pi)| \leq 10^{-4}$$

für alle $x \in [\pi - b, \pi + b]$ ist.