

Blatt 5

Platzaufgaben

Platzaufgabe 13 Wir betrachten die Differentialgleichung mit getrennten Variablen

$$y' = -y^2x.$$

- (a) Finden Sie eine konstante Lösung dieser Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = -y^2x \quad \text{und} \quad y(0) = 1.$$

- (d) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = -y^2x \quad \text{und} \quad y(0) = -1.$$

- (e) Skizzieren Sie das Steigungsfeld: Dazu skizzieren Sie kleine Strecken der Steigung $-y^2x$ an den Punkten $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, für welche $-2 \leq x \leq 2$ ganzzahlig ist und für welche $-2 \leq y \leq 1$ ganzzahlig ist.
- (f) Zeichnen Sie die Graphen der Lösungen aus (c) und (d) in das Steigungsfeld aus (e) ein.

Platzaufgabe 14 Wir betrachten die Differentialgleichung mit getrennten Variablen

$$y' = \frac{1}{xy},$$

wobei $x > 0$ und $y > 0$.

- (a) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{1}{xy} \quad \text{und} \quad y(1) = \sqrt{2}.$$

Platzaufgabe 15 Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$y' - y = 1 \quad \text{und} \quad y(0) = 0.$$

- (a) Die Differentialgleichung kann als eine solche mit getrennten Variablen betrachtet werden. Finden Sie die Lösung des Anfangswertproblems auf diese Weise.
- (b) Die Differentialgleichung kann auch als linear inhomogen erster Ordnung behandelt werden.
 - (1) Finden Sie alle Lösungen der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
 - (2) Finden Sie nun alle Lösungen von $y' - y = 1$ mittels Variation der Konstanten.
 - (3) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y' - y = 1$ und $y(0) = 0$ unter Verwendung von (2).

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 5

Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 30.11.22 / Do 01.12.22 in den Gruppenübungen.

Hausaufgabe 13 Wir betrachten die Differentialgleichung

$$(x^2 + 1)y' + y^2 = 0.$$

- (a) Finden Sie eine konstante Lösung dieser Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(x^2 + 1)y' + y^2 = 0 \quad \text{und} \quad y(\sqrt{3}) = \frac{1}{\pi}.$$

Hausaufgabe 14 Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' + x \tan(y) = 0,$$

wobei $y \in (-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$.

- (a) Finden Sie eine konstante Lösung dieser Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' + x \tan(y) = 0 \quad \text{und} \quad y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

Hausaufgabe 15 Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' = y \sin(x) + \sin(2x).$$

- (a) Finden Sie alle Lösungen der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen von $y' = y \sin(x) + \sin(2x)$.
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = y \sin(x) + \sin(2x) \quad \text{und} \quad y(0) = 0.$$