

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 5**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 13** Wir betrachten die Differentialgleichung mit getrennten Variablen

$$y' = -y^2x.$$

- (a) Finden Sie eine konstante Lösung dieser Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = -y^2x \quad \text{und} \quad y(0) = 1.$$

- (d) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = -y^2x \quad \text{und} \quad y(0) = -1.$$

- (e) Skizzieren Sie das Steigungsfeld: Dazu skizzieren Sie kleine Strecken der Steigung  $-y^2x$  an den Punkten  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ , für welche  $-2 \leq x \leq 2$  ganzzahlig ist und für welche  $-2 \leq y \leq 1$  ganzzahlig ist.
- (f) Zeichnen Sie die Graphen der Lösungen aus (c) und (d) in das Steigungsfeld aus (e) ein.

**Platzaufgabe 14** Wir betrachten die Differentialgleichung mit getrennten Variablen

$$y' = \frac{1}{xy},$$

wobei  $x > 0$  und  $y > 0$ .

- (a) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{1}{xy} \quad \text{und} \quad y(1) = \sqrt{2}.$$

**Platzaufgabe 15** Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$y' - y = 1 \quad \text{und} \quad y(0) = 0.$$

- (a) Die Differentialgleichung kann als eine solche mit getrennten Variablen betrachtet werden. Finden Sie die Lösung des Anfangswertproblems auf diese Weise.
- (b) Die Differentialgleichung kann auch als linear inhomogen erster Ordnung behandelt werden.
  - (1) Finden Sie alle Lösungen der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
  - (2) Finden Sie nun alle Lösungen von  $y' - y = 1$  mittels Variation der Konstanten.
  - (3) Lösen Sie das Anfangswertproblem  $y' - y = 1$  und  $y(0) = 0$  unter Verwendung von (2).

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 5**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 30.11.22 / Do 01.12.22 in den Gruppenübungen.

**Hausaufgabe 13** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$(x^2 + 1)y' + y^2 = 0.$$

- (a) Finden Sie eine konstante Lösung dieser Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(x^2 + 1)y' + y^2 = 0 \quad \text{und} \quad y(\sqrt{3}) = \frac{1}{\pi}.$$

**Hausaufgabe 14** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' + x \tan(y) = 0,$$

wobei  $y \in (-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$ .

- (a) Finden Sie eine konstante Lösung dieser Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' + x \tan(y) = 0 \quad \text{und} \quad y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

**Hausaufgabe 15** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' = y \sin(x) + \sin(2x).$$

- (a) Finden Sie alle Lösungen der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
- (b) Finden Sie alle Lösungen von  $y' = y \sin(x) + \sin(2x)$ .
- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = y \sin(x) + \sin(2x) \quad \text{und} \quad y(0) = 0.$$