

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 7**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 19** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'''' - 2y'' + y = 0.$$

- Geben Sie das charakteristische Polynom  $p(X)$  an.
- Bestimmen Sie mit der Substitution  $t = X^2$  die Nullstellen von  $p(X)$ .
- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung.
- Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung.

**Platzaufgabe 20** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - y' - 2y = x^2 + 2.$$

- Geben Sie das charakteristische Polynom der zugehörigen homogenen Differentialgleichung an. Bestimmen Sie für diese ein Fundamentalsystem.
- Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung  $f_p(x)$  der inhomogenen Differentialgleichung mittels eines Ansatzes nach Art der rechten Seite. Liegt hierbei der Resonanzfall vor? Welchen Grad schreibt dieser Ansatz für das Polynom  $f_p(x)$  vor?
- Bestimmen Sie alle Lösungen der inhomogenen Differentialgleichung.

**Platzaufgabe 21** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - y' = e^{2x}.$$

- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem  $f_1(x), f_2(x)$  für die zugehörige homogene Differentialgleichung.
- Bestimmen Sie die Wronski-Matrix  $W(x)$ . Berechnen Sie ihre Inverse  $W(x)^{-1}$ .
- Wir haben die Bedingung  $W(x) \cdot \begin{pmatrix} c_1'(x) \\ c_2'(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ e^{2x} \end{pmatrix}$ .  
Bestimmen Sie hieraus Funktionen  $c_1(x)$  und  $c_2(x)$ .
- Verwenden Sie (c), um eine partikuläre Lösung  $f_p(x)$  von  $y'' - y' = e^{2x}$  zu bestimmen.
- Geben Sie alle Lösungen der inhomogenen Differentialgleichung an.
- Verwenden Sie einen Ansatz nach Art der rechten Seite, um *nochmals* eine partikuläre Lösung von  $y'' - y' = e^{2x}$  zu bestimmen. Liegt hierbei der Resonanzfall vor?

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 7**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 14.12.22 / Do 15.12.22 in den Gruppenübungen.

**Hausaufgabe 19** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y^{(4)} + 4y^{(3)} + 8y'' + 16y' + 16y = 0.$$

- Geben Sie das charakteristische Polynom  $p(X)$  an.
- Berechnen Sie  $p(2i)$ . Was folgt für  $p(-2i)$ ?  
Zerlegen Sie  $p(X)$  in ein Produkt von Faktoren von Grad 1.
- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für die Differentialgleichung.
- Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung.

**Hausaufgabe 20** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - \frac{2}{x^2} \cdot y = 1 \quad \text{für } x > 0.$$

- Wir betrachten die Funktionen  $f_1(x) = x^2$  und  $f_2(x) = x^{-1}$  auf  $\mathbb{R}^+$ .  
Bestätigen Sie: Es ist  $f_1, f_2$  ein Fundamentalsystem der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
- Bestimmen Sie die Inverse  $W(x)^{-1}$  der Wronski-Matrix.
- Wir haben die Bedingung  $W(x) \cdot \begin{pmatrix} c_1'(x) \\ c_2'(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .  
Bestimmen Sie hieraus Funktionen  $c_1(x)$  und  $c_2(x)$ .
- Verwenden Sie (c), um eine partikuläre Lösung  $f_p(x)$  von  $y'' - \frac{2}{x^2} \cdot y = 1$  zu bestimmen.

**Hausaufgabe 21** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - y' = xe^x.$$

- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für die zugehörige homogene Differentialgleichung.
- Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung  $f_p(x)$  für  $y'' - y' = xe^x$ .  
Liegt hierbei der Resonanzfall vor?
- Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems  $y(0) = 0, y'(0) = 1$  für  $y'' - y' = xe^x$ .