Jha, Künzer, Nottoli Wintersemester 2022/23

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 8

Platzaufgaben

Platzaufgabe 22 Wir betrachten die folgende Differentialgleichung.

$$(*) \qquad y'' + 3y' + 2y \;=\; 10\,\mathrm{e}^{x}\cos(x)$$

(a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $p(X)$ der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für die zugehörige homogene Differentialgleichung.

(b) Verifizieren Sie: Es ist $\mathrm{Re}(10\,\mathrm{e}^{(1+\mathrm{i})x}) = 10\,\mathrm{e}^{x}\cos(x)$.

(c) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung $\tilde{f}_{\mathrm{p}}$ der Differentialgleichung

$$(\tilde{*}) \qquad y'' + 3y' + 2y \;=\; 10\,\mathrm{e}^{(1+\mathrm{i})x}$$

Verwenden Sie hierzu einen Ansatz nach Art der rechten Seite.

(d) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung f_{p} der Differentialgleichung $(*)$ unter Verwendung von (c).

Platzaufgabe 23 Bestimmen Sie die folgenden Laplace-Transformierten.

(a) $\mathcal{L}(3t + 12)$

(b) $\mathcal{L}(\cosh(t))$

(c) $\mathcal{L}(\cos(t)^2)$

(d) $\mathcal{L}(\mathrm{e}^{2t+1})$

Platzaufgabe 24 Finden Sie zu der jeweils gegebenen Funktion $F(s)$ die Funktion $f(t)$, welche als Laplace-Transformierte $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ hat.
Falls erforderlich, führen Sie dazu zunächst eine Partialbruchzerlegung durch.

(a) $F(s) = \dfrac{2}{s^2}$

(b) $F(s) = \dfrac{3s+2}{s^2+4}$

(c) $F(s) = \dfrac{2}{s^2-1}$

(d) $F(s) = \dfrac{6}{(s+1)^3}$

Jha, Künzer, Nottoli Wintersemester 2022/23

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 8

Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 21.12.22 / Do 22.12.22 in den Gruppenübungen.

Hausaufgabe 22 Wir betrachten die folgende Differentialgleichung.

$$(*) \qquad y'' + 4y \;=\; \mathrm{e}^{2x}\sin(x) + x\cos(2x)$$

(a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $p(X)$ und ein Fundamentalsystem der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

(b) Bestimmen Sie partikuläre Lösungen zu $y'' + 4y = \mathrm{e}^{(2+\mathrm{i})x}$ und zu $y'' + 4y = x\mathrm{e}^{2\mathrm{i}x}$.

(c) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung von $(*)$ unter Verwendung von (b).
Bestimmen Sie die Menge aller Lösungen von $(*)$.

Hausaufgabe 23 Bestimmen Sie die folgenden Laplace-Transformierten.

(a) $\mathcal{L}((a+bt)^2)$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$

(b) $\mathcal{L}(\mathrm{e}^t \sinh(t)\sin(t))$

(c) $\mathcal{L}(f(t))$, wobei $f(t) = \begin{cases} t & \text{für } 0 \leqslant t \leqslant 1 \\ 1 & \text{für } 1 \leqslant t \end{cases}$

(d) $\mathcal{L}(t\sin(t - \frac{\pi}{4}))$

Hausaufgabe 24 Finden Sie zu der jeweils gegebenen Funktion $F(s)$ die Funktion $f(t)$, welche als Laplace-Transformierte $\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$ hat.

(a) $F(s) = \dfrac{2}{(s-1)^2}$

(b) $F(s) = \dfrac{s+10}{s^2 - s - 2}$

(c) $F(s) = \dfrac{6s}{(s+1)^3}$

(d) $F(s) = \dfrac{s-1}{s^2 - 2s + 2}$