

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 11**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 31** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die gerade  $2\pi$ -periodische Funktion, die für  $0 \leq x \leq \pi$  gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi. \end{cases}$$

- Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$ .
- Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von  $f(x)$ .
- Verwenden Sie die Gleichheit  $f(0) = \text{Fourier}_f(0)$ , um  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$  zu berechnen.

**Platzaufgabe 32** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die  $2\pi$ -periodische Funktion, die für  $-\pi < x \leq \pi$  gegeben ist durch

$$f(x) = x^2.$$

- Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$ .
- Ist  $f(x) = \text{Fourier}_f(x)$  für  $x \in \mathbb{R}$ ?
- Berechnen Sie die Fourier-Reihe von  $f(x)$ .

**Platzaufgabe 33** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die  $2\pi$ -periodische Funktion, die für  $-\pi < x \leq \pi$  gegeben ist durch

$$f(x) = x^2.$$

Die Fourierreihe von  $f(x)$  ist gegeben durch

$$f(x) \sim \frac{\pi^2}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4(-1)^k}{k^2} \cos(kx).$$

Siehe auch Platzaufgabe 32.(c).

- Bestimmen Sie die Ableitung  $f'(x)$ , wobei an den nicht-differenzierbaren Stellen der Wert auf 0 gesetzt werde. Skizzieren Sie den Graphen von  $f'(x)$ .
- Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von  $f'(x)$ , d.h.  $\text{Fourier}_{f'}(x)$ .
- Bestimmen Sie  $\text{Fourier}_{f'}(\pi)$  durch Einsetzen von  $x = \pi$  in  $\text{Fourier}_{f'}(x)$ .  
Bestimmen Sie  $\text{Fourier}_{f'}(\pi)$  unter Verwendung von  $\lim_{x \rightarrow \pi-0} f'(x)$  und  $\lim_{x \rightarrow \pi+0} f'(x)$ .  
Vergleichen Sie die Resultate.

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 11**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 25.01.23 / Do 26.01.23 in den Gruppenübungen.

**Hausaufgabe 31** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die  $2\pi$ -periodische Funktion, die für  $-\pi < x \leq \pi$  gegeben ist durch

$$f(x) = |\sin(x)|.$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$ .
- (b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von  $f(x)$ .
- (c) Verwenden Sie die Gleichheit  $f(\frac{\pi}{2}) = \text{Fourier}_f(\frac{\pi}{2})$ , um

$$2 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4(-1)^k}{4k^2 - 1}$$

zu berechnen.

**Hausaufgabe 32** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die  $2\pi$ -periodische Funktion, die für  $-\pi < x \leq \pi$  gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\pi < x \leq -1 \\ 2x & \text{für } -1 < x \leq 1 \\ 0 & \text{für } 1 < x \leq \pi. \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$ .
- (b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von  $f(x)$ .
- (c) Bestimmen Sie  $\text{Fourier}_f(1)$ .

**Hausaufgabe 33** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die  $2\pi$ -periodische Funktion, die für  $-\pi < x \leq \pi$  gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{\pi}{2} & \text{für } -\pi < x \leq 0 \\ -\frac{x}{2} + \pi & \text{für } 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$ .
- (b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von  $f(x)$ .
- (c) Sei  $u(x) := \frac{1}{2}(f(x) - f(-x))$  für  $x \in \mathbb{R}$ . Skizzieren Sie den Graphen von  $u(x)$ . Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von  $u(x)$  unter Verwendung von (b).