

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 2**

Vortragsübung am Mi 9.11.22, Fr 11.11.22

**Aufgabe 1 (Der Satz von Gauß in 2D)**

Wir betrachten das Rechteck  $J$  mit Eckpunkten  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Sei  $K$  die geschlossene Kurve, die  $J$  berandet.

Berechnen Sie den Ausfluss des Vektorfeldes  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto g(x, y) := \begin{pmatrix} x - e^{x-y} \\ y + e^{x-y} \end{pmatrix}$  durch  $K$ .

**Aufgabe 2 (Flächen in 3D; Parametrisierungen und Flächeninhalt)**

Seien  $a, h \in \mathbb{R}_{>0}$ . Skizzieren Sie die im  $\mathbb{R}^3$  durch die Parametrisierung

$$\Phi(u, v) = (a \cos(u), a \sin(u), v) \quad \text{für } 0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq h$$

gegebene Fläche und berechnen Sie ihren Flächeninhalt.

**Aufgabe 3 (Der Satz von Stokes)**

Wir betrachten die folgenden Flächen:

- $S_1$ : Mantelfläche der Halbkugel  $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ .
- $S_2$ : Mantelfläche des Rotationsparaboloids  $z = 1 - x^2 - y^2, z \geq 0$ .
- $S_3$ : Kreisfläche  $x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$ .

Sei  $g$  das Vektorfeld  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto g(x, y, z) := \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ y \\ z^2 \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie für  $i \in \{1, 2, 3\}$  die Zirkulation  $Z(g, \partial S_i) = \iint_{S_i} \text{rot}(g) \bullet n \, dO$ .

**Aufgabe 4 (Integration in 3D)**

Skizzieren Sie die beiden Zylinder

$$Z_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, -2 \leq z \leq 2\}$$

$$Z_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 \leq 1, -2 \leq y \leq 2\}$$

und berechnen Sie das Volumen der Schnittmenge  $B = Z_1 \cap Z_2$ , d.h.  $\iiint_B 1 \, dx \, dy \, dz$ .