

**Blatt 4**

Vortragsübung am Mi 7.12.22, Fr 9.12.22

**Aufgabe 1 (Homogene lineare DGL mit konstanten Koeffizienten)**

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem  $y'' + y' - 2y = 0$  mit  $y(0) = 4$ ,  $y'(0) = -5$ .
2. Bestimmen Sie alle Lösungen von  $y'' + 8y' + 16y = 0$ .
3. Lösen Sie das Anfangswertproblem  $y'' + 0,2y' + 4,01y = 0$  mit  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 2$ .

**Aufgabe 2 (Inhomogene lineare DGL mit konstanten Koeffizienten)**

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + 2y' + 101y = 104e^x \quad \text{mit} \quad y(0) = 11, \quad y'(0) = -9.$$

**Aufgabe 3 (Lineare DGL mit konstanten Koeffizienten und spezieller rechter Seite)**

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = 30e^{-x} \quad \text{mit} \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -3, \quad y''(0) = -47.$$

**Aufgabe 4 (Lineare DGL mit nicht konstanten Koeffizienten)**

Wir betrachten die inhomogene Differentialgleichung

$$y''(x) + \frac{1}{x}y'(x) - \frac{4}{x^2}y(x) = x \quad \text{für} \quad x \in (0, +\infty).$$

1. Gibt es Lösungen der zugehörigen homogenen Differentialgleichung der Form  $y(x) = x^k$  mit  $k \in \mathbb{R}$ ?
2. Bestimmen Sie alle Lösungen dieser homogenen Differentialgleichung.
3. Bestimmen Sie die Wronski-Matrix  $W(x)$ . Berechnen Sie ihre Inverse  $W(x)^{-1}$ .
4. Wir haben die Bedingung  $W(x) \cdot \begin{pmatrix} c_1'(x) \\ c_2'(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}$ .  
Bestimmen Sie hieraus Funktionen  $c_1(x)$  und  $c_2(x)$ .  
Verwenden Sie diese um eine partikuläre Lösung  $f_p(x)$  von  $y''(x) + \frac{1}{x}y'(x) - \frac{4}{x^2}y(x) = x$  zu bestimmen.
5. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(x) + \frac{1}{x}y'(x) - \frac{4}{x^2}y(x) = x \quad \text{mit} \quad y(1) = 1 \quad \text{und} \quad y'(1) = 1.$$