

Blatt 5

Vortragsübung am Mi 21.12.22

Aufgabe 1 (Die Laplace-Transformation)

Bestimmen Sie die Laplace-Transformationen der folgenden Funktionen.

1. $f(t) = \begin{cases} 1 - t & \text{falls } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$

2. $f(t) = e^{-t} \cos(3t).$

3. $f(t) = \sin(t)^2.$

Aufgabe 2 (Laplace-Transformation und Differentialgleichungen)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$y'' - y = t \quad \text{mit} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

Aufgabe 3 (Faltung und Umkehrbarkeit der Laplace-Transformation) Finden Sie die Funktion $h(t)$, welche als Laplace-Transformierte $\mathcal{L}(h(t)) = H(s)$ mit $H(s) = \frac{1}{(s^2+1)^2}$ hat.**Aufgabe 4 (Laplace-Transformation und Differentialgleichungen, 2)**

Finden Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + 2y' + y = e^{-t} \quad \text{mit} \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1.$$

Verwenden Sie einen Ansatz nach Art der rechten Seite. Vergleichen Sie beide Methoden.