

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 12**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 34** Sei  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := 2$ .

(a) Sei  $F(x)$  die ungerade 2-periodische Fortsetzung von  $f(x)$ .

Skizzieren Sie den Graphen von  $F(x)$  für  $-1 \leq x \leq 3$ .

Markieren Sie darin den Graphen von  $f(x)$ .

Geben Sie die Funktionswerte  $F(0)$  und  $F(1)$  an.

(b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von  $F(x)$ .

**Platzaufgabe 35** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$u_x = 2u_y .$$

(a) Überprüfen Sie:  $u(x, y) = 2x + y$  ist eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung.

(b) Überprüfen Sie:  $u(x, y) = \sin(2x + y)$  ist eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung.

(c) Überprüfen Sie:  $u(x, y) = f(2x + y)$  ist eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung für jede differenzierbare Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

(d) Bestimmen Sie eine Lösung  $u(x, y)$  dieser Differentialgleichung, für welche  $u(x, 0) = x^2$  ist für  $x \in \mathbb{R}$ .

**Platzaufgabe 36** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$u_x = u_y .$$

(a) Gesucht sind differenzierbare Funktionen  $f(x)$  und  $g(y)$  mit Werten in  $\mathbb{R}_{>0}$ , für welche

$$u(x, y) = f(x) \cdot g(y)$$

eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung ist.

(b) Ist  $u(x, y) = x + y$  eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung?

Ist  $u(x, y) = x + y$  eine der Lösungen aus (a)?

(c) Sei  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine differenzierbare Funktion.

Ist  $u(x, y) = h(x + y)$  eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung?

Ist jede Lösung aus (a) auch von dieser Form?

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 12**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 31.01.24 / Do 01.02.24 in den Gruppenübungen oder bis Di 30.01.24 im Ilias.

**Hausaufgabe 34** Sei  $f : (0, 3) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := 3 - x$ .

- (a) Sei  $F(x)$  die ungerade 6-periodische Fortsetzung von  $f(x)$ .  
 Skizzieren Sie den Graphen von  $F(x)$  für  $-3 \leq x \leq 9$ .  
 Markieren Sie darin den Graphen von  $f(x)$ .  
 Geben Sie die Funktionswerte  $F(0)$  und  $F(3)$  an.
- (b) Bestimmen Sie  $\text{Fourier}_F(x)$ .
- (c) Bestimmen Sie  $\text{Fourier}_F^{\mathbb{C}}(x)$ .

**Hausaufgabe 35** Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y \cdot u_x = x \cdot u_y .$$

- (a) Überprüfen Sie:  $u(x, y) = f(x^2 + y^2)$  ist eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung für jede differenzierbare Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .
- (b) Bestimmen Sie eine Lösung  $u(x, y)$  der betrachteten Differentialgleichung, für welche  $u(x, 2x) = x^4$  ist für  $x \in \mathbb{R}$ .
- (c) Sei  $u(x, y)$  eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung, die nicht unbedingt aus (a) zu stammen hat.

Sei  $C : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2 : C(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$  eine Parametrisierung des Einheitskreises.

Man rechne nach: Es ist  $\frac{d}{dt}u(C(t)) = 0$  für  $t \in [0, 2\pi]$ .

Gibt es  $t_1, t_2 \in [0, 2\pi]$  mit  $u(\cos(t_1), \sin(t_1)) \neq u(\cos(t_2), \sin(t_2))$ ?

**Hausaufgabe 36** Wir betrachten die Differentialgleichung  $u_{xx} + u_y = 0$ .

- (a) Bestimmen Sie Funktionen  $f(x)$  und  $g(y)$ , für welche

$$u(x, y) = f(x) \cdot g(y)$$

eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung ist, die  $u(x, 0) = e^x$  erfüllt für  $x \in \mathbb{R}$ .

- (b) Bestimmen Sie Funktionen  $f(x)$  und  $g(y)$ , für welche

$$u(x, y) = f(x) \cdot g(y)$$

eine Lösung der betrachteten Differentialgleichung ist, die  $u(0, y) = e^{-2y}$  erfüllt für  $y \in \mathbb{R}$ .

Liegt  $u(x, y)$  damit eindeutig fest?