

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 14

Platzaufgaben

Platzaufgabe 40 Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

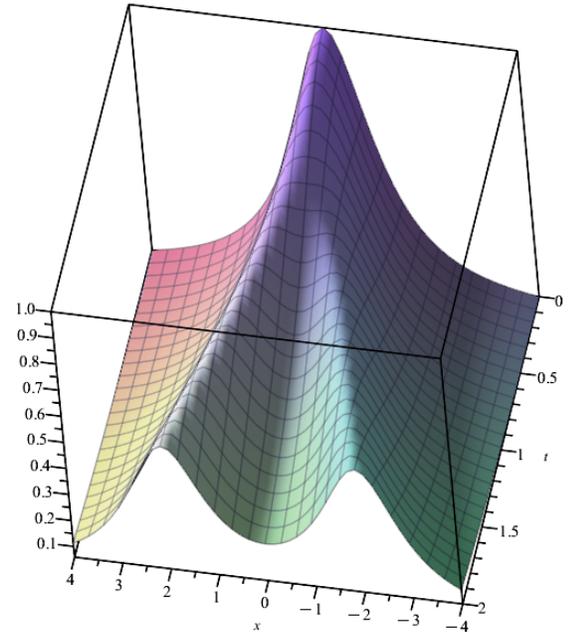
$$u(x, 0) = \frac{1}{1+x^2}, \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

(a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung $u(x, t)$.

Der Graph der Lösung ist rechts ersichtlich.

(b) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(0, t)$.(c) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, t)$.

(d) Erklären Sie anhand des Graphen die unterschiedlichen Ergebnisse in (b) und (c).

**Platzaufgabe 41** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = \frac{1}{5}u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = \sin(x), \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{für } x \in [0, \pi]$$

und den Randbedingungen $u(0, t) = 0 = u(\pi, t)$ für $t \in \mathbb{R}$.(a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung $u(x, t)$.(b) Überprüfen Sie zur Probe die Lösung $u(x, t)$ aus (a) durch Einsetzen in die Wellengleichung $u_{tt} = \frac{1}{5}u_{xx}$.**Platzaufgabe 42** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = \frac{1}{16}u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \frac{1}{x^2+1} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

(a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung $u(x, t)$ unter Verwendung der d'Alembertschen Formel.(b) Bestimmen Sie $u_t(1, t)$.

Blatt 14

Hausaufgaben

Abgabe bis Di 13.02.24 im Ilias. Keine Abgabe in Übungsgruppen.

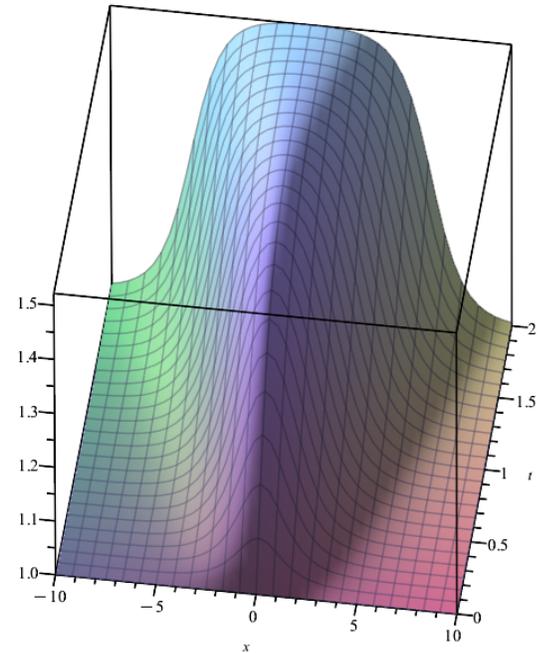
Hausaufgabe 40 Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = 9u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = 1, \quad u_t(x, 0) = \frac{1}{\cosh(x)} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Berechnen Sie $\int \frac{1}{\cosh(s)} ds$ unter Verwendung der Substitution $v := e^s$.
- (b) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung $u(x, t)$.
Der Graph der Lösung ist rechts ersichtlich.
- (c) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(0, t)$.

**Hausaufgabe 41** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \sin(2\pi x) \quad \text{für } x \in [0, 1]$$

und den Randbedingungen $u(0, t) = 0 = u(1, t)$ für $t \in \mathbb{R}$.

- (a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung $u(x, t)$.
- (b) Überprüfen Sie zur Probe die Lösung $u(x, t)$ aus (a) durch Einsetzen in die Wellengleichung $u_{tt} = u_{xx}$, die Anfangsbedingungen und die Randbedingungen.

Hausaufgabe 42 Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = 25u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = \sin(x), \quad u_t(x, 0) = \frac{1}{x^2 + 4} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung $u(x, t)$ unter Verwendung der d'Alembertschen Formel.
- (b) Bestimmen Sie $u_t(0, t)$.
- (c) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow +\infty} u_t(0, t)$.