

Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 1

Platzaufgaben

Platzaufgabe 1

Wir betrachten die Gerade, die durch die Punkte $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ verläuft.

- (a) Geben Sie eine normierte Parametrisierung der Geraden an.
- (b) Rechnen Sie nach: Die Krümmung der Geraden ist an jeder Stelle gleich 0.

Platzaufgabe 2 Wir betrachten die Kurve in der x_1 - x_2 -Ebene, die durch

$$C(s) = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} s^{3/2} \\ (1-s)^{3/2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

parametrisiert wird, wobei $s \in [0, 1]$.

- (a) Skizzieren Sie die Kurve unter Verwendung eines Taschenrechners.
- (b) Rechnen Sie nach: Es liegt eine normierte Parametrisierung vor.
- (c) Bestimmen Sie den Tangentenvektor $v(s)$ und den Normalenvektor $n(s)$.
- (d) Bestimmen Sie die Krümmung $\kappa(s)$ und den Krümmungskreisradius $\rho(s)$.
- (e) Bestimmen Sie den Mittelpunkt $M(s)$ des Krümmungskreises.

Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 1

Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 04.12.23 in den Gruppenübungen oder bis Mo 04.12.23, 12:30 im Ilias.

Hausaufgabe 1

Wir betrachten die Kurve, die durch

$$C(s) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \sin(s) \\ \sin(s)^2 \\ s - \sin(s) \cos(s) \end{pmatrix}$$

parametrisiert wird, wobei $s \in \mathbb{R}$.

- Rechnen Sie nach: Es liegt eine normierte Parametrisierung vor.
- Bestimmen Sie den Tangentenvektor $v(s)$ und den Normalenvektor $n(s)$.
- Bestimmen Sie die Krümmung $\kappa(s)$ und den Krümmungsradius $\rho(s)$.
- Bestimmen Sie den Mittelpunkt $M(s)$ des Krümmungskreises.

Hausaufgabe 2

Wir betrachten die Kurve in der x_1 - x_2 -Ebene, die durch

$$C(s) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} s^2 \\ s\sqrt{1-s^2} + \arcsin(s) \\ 0 \end{pmatrix}$$

parametrisiert wird, wobei $s \in [-1, +1]$.

- Rechnen Sie nach: Es liegt eine normierte Parametrisierung vor.
- Skizzieren Sie die Kurve in der x_1 - x_2 -Ebene unter Verwendung eines Taschenrechners.
- Bestimmen Sie den Tangentenvektor $v(s)$ und den Normalenvektor $n(s)$ für $s \in (-1, +1)$.
- Bestimmen Sie den Radius $\rho(s)$ und den Mittelpunkt $M(s)$ des Krümmungskreises für $s \in (-1, +1)$.

Zeichnen Sie den Krümmungskreis für $s = 0$ in die Skizze aus (b) ein.