Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 5

Platzaufgaben

Platzaufgabe 9

Wir betrachten die Parametrisierung $\Phi(u,v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix}$ der x_1-x_2-Ebene S, wobei $\binom{u}{v} \in \mathbb{R}^2$.
Sei $c(t) = \binom{t}{0}$, wobei $t \in \mathbb{R}$.

(1) Rechnen Sie nach: $\Phi(c(t))$ parametrisiert eine Gerade in S.

(2) Rechnen Sie nach: $\Phi(c(t))$ parametrisiert eine Geodäte in der Ebene S.

Platzaufgabe 10

Wir betrachten die Parametrisierung $\Phi(u,v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix}$ der x_1-x_2-Ebene S, wobei $\binom{u}{v} \in \mathbb{R}^2$.
Sei $c(t) = \binom{t}{t^2}$, wobei $t \in \mathbb{R}$.

(1) Was für eine Kurve wird von $\Phi(c(t))$ parametrisiert?

(2) Rechnen Sie nach: $\Phi(c(t))$ parametrisiert keine Geodäte in der Ebene S.

Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 5

Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 15.01.24 in den Gruppenübungen oder bis Mo 15.01.24, 12:30 im Ilias.

Hausaufgabe 9 Wir betrachten wieder die Parametrisierung $\Phi(u,v) := \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2+2v^2 \end{pmatrix}$ der in Hausaufgabe 8 betrachteten Fläche S, wobei $\binom{u}{v} \in \mathbb{R}^2$.

(a) Sei $c(t) = \binom{t}{0}$, wobei $t \in \mathbb{R}$. Parametrisiert $\Phi(c(t))$ eine Geodäte auf S?

(b) Sei $d(t) = \binom{t}{t}$, wobei $t \in \mathbb{R}$. Parametrisiert $\Phi(d(t))$ eine Geodäte auf S?

Hausaufgabe 10 Wie in Hausaufgabe 6 betrachten wir die Parametrisierung

$$\Phi \;:\; \mathbb{R} \times [0, 2\pi] \;\mapsto\; \mathbb{R}^3 \;:\; \binom{t}{\varphi} \mapsto \Phi(t,\varphi) = \begin{pmatrix} \cosh(t)\cos(\varphi) \\ \cosh(t)\sin(\varphi) \\ t \end{pmatrix} \;.$$

Diese beschreibt die Rotationsfläche S, bei welcher der Graph $x_1 = \cosh(x_3)$ aus der x_1-x_3-Ebene um die x_3-Achse rotiert.

(a) Bestimmen Sie die Christoffelsymbole.

(b) Sei $c(\varphi) = \binom{0}{\varphi}$, wobei $\varphi \in [0, 2\pi]$.
Parametrisiert $\Phi(c(\varphi))$ eine Geodäte auf S?