

## Differentialgeometrie für Geodäten

**Blatt 6**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 11**

Man bestimme die Gaußsche Krümmung  $K_{\text{Gauß}}$  der  $x_1$ - $x_2$ -Ebene an jeder Stelle.

**Platzaufgabe 12**

Sei  $R > 0$ . Sei

$$\Phi : [0, 2\pi] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} \varphi \\ z \end{pmatrix} \mapsto \Phi(\varphi, z) = \begin{pmatrix} R \cos(\varphi) \\ R \sin(\varphi) \\ z \end{pmatrix}.$$

- (a) Welche Fläche  $Z := \Phi([0, 2\pi] \times \mathbb{R})$  wird von  $\Phi$  parametrisiert? Skizze!
- (b) Man bestimme die Gaußsche Krümmung  $K_{\text{Gauß}}$  von  $Z$  an jeder Stelle.

## Differentialgeometrie für Geodäten

**Blatt 6**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 22.01.24 in den Gruppenübungen oder bis Mo 22.01.24, 12:30 im Ilias.

**Hausaufgabe 11**

Sei

$$\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \mapsto \Phi(u, v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ uv \end{pmatrix} .$$

Sei  $S = \Phi(\mathbb{R}^2)$  die von  $\Phi$  parametrisierte Fläche.

Man bestimme drei Geodäten auf  $S$ , die durch den Punkt  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  verlaufen.

Der Verifikation ist mittels Lemma aus §2.3 durchzuführen.

**Hausaufgabe 12** Wir betrachten wieder die Parametrisierung  $\Phi(u, v) := \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2+2v^2 \end{pmatrix}$  der in Hausaufgabe 8 betrachteten Fläche  $S$ , wobei  $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ .

- (a) Man bestimme die Gaußsche Krümmung  $K_{\text{Gauß}}$  von  $S$  an jeder Stelle.
- (b) An welcher Stelle ist  $K_{\text{Gauß}}$  maximal?
- (c) Welche Werte von  $K_{\text{Gauß}}$  treten auf  $S$  auf? Man bestimme hierzu die Menge ihrer Werte

$$\{ K_{\text{Gauß}}(u, v) \mid \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \} .$$