

Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 8

Platzaufgaben

Platzaufgabe 15

Bestimmen Sie für eine Parametrisierung Φ der x_1 - x_2 -Ebene in jedem Punkt die Weingarten-Matrix, die Hauptkrümmungen sowie die mittlere Krümmung K_{mittel} .

Platzaufgabe 16

Sei $R > 0$. Sei, wie in Platzaufgabe 12,

$$\Phi : [0, 2\pi] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} \varphi \\ z \end{pmatrix} \mapsto \Phi(\varphi, z) = \begin{pmatrix} R \cos(\varphi) \\ R \sin(\varphi) \\ z \end{pmatrix}.$$

- (a) Man bestimme die Weingarten-Matrix W unter Verwendung von Platzaufgabe 14.(a)
- (b) Man bestimme in jedem Punkt die Hauptkrümmungsvektoren und die Hauptkrümmungen.
- (c) Man bestimme in jedem Punkt die mittlere Krümmung K_{mittel} .
Man vergleiche mit der in Platzaufgabe 12.(b) bestimmten Gaußschen Krümmung $K_{\text{Gauß}}$.
- (d) Man parametrisiere für $\begin{pmatrix} \varphi \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ für jeden Hauptkrümmungsvektor jeweils einen zugehörigen Normalschnitt. Man bestimme die Hauptkrümmungen abermals, nun unter Verwendung dieser Normalschnitte.

Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 8

Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 05.02.24 in den Gruppenübungen oder bis Mo 05.02.24, 12:30 im Ilias.

Hausaufgabe 15

Wie in Hausaufgabe 13 betrachten wir die Parametrisierung

$$\Phi : [0, 2\pi] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} \varphi \\ z \end{pmatrix} \mapsto \Phi(\varphi, z) = \begin{pmatrix} z \cos(\varphi) \\ z \sin(\varphi) \\ z \end{pmatrix} .$$

des Doppelkegels D .

- (a) Man bestimme die Weingarten-Matrix W unter Verwendung von Hausaufgabe 13.(a).
- (b) Man bestimme für $\begin{pmatrix} \varphi \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi \\ 2 \end{pmatrix}$ Hauptkrümmungsvektoren und Hauptkrümmungen.
- (c) In der Situation von (b) parametrisiere man für jeden Hauptkrümmungsvektor jeweils einen zugehörigen Normalschnitt. Man bestimme die Hauptkrümmungen abermals, nun unter Verwendung dieser Normalschnitte.

Hausaufgabe 16 Wir betrachten wieder die Parametrisierung $\Phi(u, v) := \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2 + 2v^2 \end{pmatrix}$ der in Hausaufgabe 8 betrachteten Fläche S , wobei $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$.

- (a) Man bestimme die Weingarten-Matrix W unter Verwendung von Hausaufgabe 14.(a).
- (b) Man bestimme für $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ Hauptkrümmungsvektoren und Hauptkrümmungen.
- (c) Man bestimme im Punkt $\Phi(1, 1)$ die Gaußsche Krümmung $K_{\text{Gauß}}$ und die mittlere Krümmung K_{mittel} von S .