

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 5

Vortragsübung der Woche 15.01.24 - 19.01.24 online

Aufgabe 12 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die ungerade 2π -periodische Funktion, die für $0 < x < \pi$ gegeben ist durch

$$f(x) = \cos(x).$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$.
- (b) Berechnen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.
- (c) Ermitteln Sie den Grenzwert der Reihe

$$\sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{(2j-1)}{4(2j-1)^2 - 1},$$

indem Sie $f(x)$ und die zugehörige Fourier-Reihe im Punkt $x_0 = \pi/4$ untersuchen.

- (d) Verwenden Sie die Parsevalsche Gleichung, um den Grenzwert der Reihe

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{j^2}{(4j^2 - 1)^2}$$

zu bestimmen.

Aufgabe 13 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die 2π -periodische Funktion, die gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[-\pi, 2\pi]$.
- (b) Berechnen Sie die komplexe Fourier-Reihe von $f(x)$.
- (c) Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von $f(x)$.

Aufgabe 14 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die gerade 6-periodische Funktion, die gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[-6, 6]$.
- (b) Berechnen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.