

**Blatt 5**

Vortragsübung der Woche 15.01.24 - 19.01.24 online

**Aufgabe 12** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die ungerade  $2\pi$ -periodische Funktion, die für  $0 < x < \pi$  gegeben ist durch

$$f(x) = \cos(x).$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$  auf dem Intervall  $[-\pi, \pi]$ .
- (b) Berechnen Sie die Fourier-Reihe von  $f(x)$ .
- (c) Ermitteln Sie den Grenzwert der Reihe

$$\sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{(2j-1)}{4(2j-1)^2 - 1},$$

indem Sie  $f(x)$  und die zugehörige Fourier-Reihe im Punkt  $x_0 = \pi/4$  untersuchen.

- (d) Verwenden Sie die Parsevalsche Gleichung, um den Grenzwert der Reihe

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{j^2}{(4j^2 - 1)^2}$$

zu bestimmen.

**Aufgabe 13** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die  $2\pi$ -periodische Funktion, die gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$  auf dem Intervall  $[-\pi, 2\pi]$ .
- (b) Berechnen Sie die komplexe Fourier-Reihe von  $f(x)$ .
- (c) Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von  $f(x)$ .

**Aufgabe 14** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die gerade 6-periodische Funktion, die gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$  auf dem Intervall  $[-6, 6]$ .
- (b) Berechnen Sie die Fourier-Reihe von  $f(x)$ .