

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 10

Platzaufgaben

Platzaufgabe 28 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die 2π -periodische Funktion, die für $-\pi < x \leq \pi$ gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\pi < x \leq 0 \\ x & \text{für } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

- Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ für $-\pi < x \leq 3\pi$.
- Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.
- Verwenden Sie die Gleichheit $f(0) = \text{Fourier}_f(0)$, um $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$ zu berechnen.

Platzaufgabe 29 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die ungerade 2π -periodische Funktion, die für $0 \leq x \leq \pi$ gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ 1 & \text{für } \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$$

- Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ für $-\pi \leq x \leq 3\pi$.
- Ist $f(x) = \text{Fourier}_f(x)$ für $x \in \mathbb{R}$?
- Berechnen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.
- Geben Sie das 4-te Fourier-Polynom an.

Platzaufgabe 30 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die 2π -periodische Funktion, die für $-\pi < x \leq \pi$ gegeben ist durch

$$f(x) = \frac{x^2}{2}.$$

- Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ für $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.
Ist $f(x)$ eine gerade Funktion?
- Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.
- Verwenden Sie die Gleichheit $f(0) = \text{Fourier}_f(0)$, um

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$$

zu berechnen.

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 10

Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 17.01.24 / Do 18.01.24 in den Gruppenübungen oder bis Di 16.01.24 im Ilias.

Hausaufgabe 28 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die gerade 2π -periodische Funktion, die für $0 \leq x \leq \pi$ gegeben ist durch

$$f(x) = |\cos(x)|.$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ für $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.
- (c) Verwenden Sie die Gleichheit $f(0) = \text{Fourier}_f(0)$, um

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4k^2 - 1}$$

zu berechnen.

Hausaufgabe 29 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die 2π -periodische Funktion, die für $-\pi < x \leq \pi$ gegeben ist durch

$$f(x) = x(\pi^2 - x^2).$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ für $-\pi \leq x \leq 3\pi$.
- (b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.

Hausaufgabe 30 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die 2π -periodische Funktion, die für $-\pi < x \leq \pi$ gegeben ist durch

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\pi < x \leq 0 \\ -x + 2\pi & \text{für } 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x)$ für $-\pi < x \leq 3\pi$. Bestimmen Sie $\text{Fourier}_f(0)$.
- (b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von $f(x)$.
- (c) Sei $u(x) := \frac{1}{2}(f(x) - f(-x))$ für $x \in \mathbb{R}$.

Skizzieren Sie den Graphen von $u(x)$ für $-\pi < x \leq 3\pi$. Welchen Wert hat $u(\pi)$?

Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von $u(x)$ unter Verwendung von (b).