Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 12

Platzaufgaben

Platzaufgabe 34 Sei $f : (0,2) \to \mathbb{R} : x \to f(x) := 3$.

(a) Sei $F(x)$ die ungerade 4-periodische Fortsetzung von $f(x)$.
Skizzieren Sie den Graphen von $F(x)$ für $-2 \leqslant x \leqslant 6$.
Markieren Sie darin den Graphen von $f(x)$.
Geben Sie die Funktionswerte $F(0)$ und $F(2)$ an.

(b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe von $F(x)$.

Platzaufgabe 35 Wir betrachten die partielle Differentialgleichung

$$u_x + u_y = 3.$$

(a) Überprüfen Sie, ob $u(x,y) := \cos(x-y) + 3x$ eine Lösung der Differentialgleichung ist.

(b) Überprüfen Sie, ob

$$u(x,y) := f(x-y) + 3x$$

für jede differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Lösung der Differentialgleichung ist.

(c) Finden Sie eine Lösung $u(x,y)$ der Differentialgleichung, die $u(0,y) = 5y$ für $y \in \mathbb{R}$ erfüllt.

Platzaufgabe 36 Wir betrachten die partielle Differentialgleichung

$$u_x \cdot u_y = u.$$

(a) Finden Sie Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ so, dass $u(x,y) := f(x) \cdot g(y)$ die Differentialgleichung löst.

(b) Finden Sie mittels (a) eine Funktion $u(x,y)$, die die Differentialgleichung löst und die $u(0,0) = 1$ erfüllt.

(c) Finden Sie Lösungen der Form

$$u(x,y) := (\alpha x + \beta y)^2,$$

wobei $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Gibt es unter diesen eine Lösung, die nicht bereits in (a) gefunden wurde?

Künzer, Bitzer, Eppinger, Huber, Klingel, Krauß, Nottoli Wintersemester 2024/25

Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 12

Hausaufgaben

Abgabe bis Mi 29.1.25 / Do 30.1.25 in den Gruppenübungen oder bis Di 28.1.25 im Ilias.

Hausaufgabe 34 Sei $f : (0,4) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := 6 - x$. Sei $F(x)$ die ungerade 8-periodische Fortsetzung von $f(x)$.

(a) Skizzieren Sie den Graphen von $F(x)$ für $-4 \leqslant x \leqslant 12$. Markieren Sie darin den Graphen von $f(x)$. Geben Sie die Funktionswerte $F(0)$ und $F(4)$ an.

(b) Bestimmen Sie $\mathrm{Fourier}_F(x)$.

(c) Bestimmen Sie $\mathrm{Fourier}_F^{\mathbb{C}}(x)$.

Hausaufgabe 35 Wir betrachten die Differentialgleichung

$$yu_x + xu_y = 0.$$

(a) Überprüfen Sie, ob

$$u(x,y) \; := \; f(x^2 - y^2)$$

für jede differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Lösung der Differentialgleichung ist.

(b) Finden Sie eine Lösung $u(x,y)$ der Differentialgleichung, die $u(1,y) = \sin(y^2)$ für $y \in \mathbb{R}$ erfüllt.

(c) Sei $C : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 : t \mapsto C(t) := \binom{\cosh(t)}{\sinh(t)}$.
Überprüfen Sie: Es ist $C(t) \in \{ \binom{x}{y} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 = 1 \}$ für $t \in \mathbb{R}$.
Skizzieren Sie die Kurve $K := C(\mathbb{R})$.

(d) Sei u eine beliebige Lösung der Differentialgleichung, nicht notwendigerweise aus (a). Berechnen Sie für C aus (c) die Ableitung $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} u(C(t))$. Argumentieren Sie, weshalb $u(C(t))$ stets eine konstante Funktion ist.

Hausaufgabe 36 Wir betrachten die Differentialgleichung

$$u_{xx} = u_{yy} \; .$$

(a) Finden Sie Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ so, dass $u(x,y) := f(x) \cdot g(y)$ die Differentialgleichung löst und $u_{xx}(x,y)$ nichtkonstant ist.

(b) Finden Sie eine Lösung $u(x,y)$ der Differentialgleichung, die $u(x,0) = \cos(3x)$ für $x \in \mathbb{R}$ erfüllt.

(c) Finden Sie eine Lösung $u(x,y)$ der Differentialgleichung, die $u(0,y) = \exp(3y)$ für $y \in \mathbb{R}$ erfüllt.

Hier finden Sie die Umfrage zur Veranstaltung:
`https://evasysw.uni-stuttgart.de/evasys/online.php?p=D9SSD`