

## Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

**Blatt 14**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 40** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

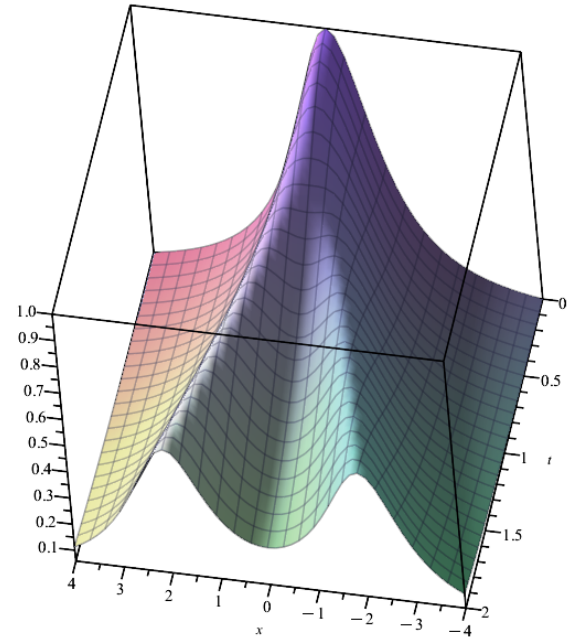
$$u(x, 0) = \frac{1}{1+x^2}, \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

(a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung  $u(x, t)$ .

Der Graph der Lösung ist rechts ersichtlich.

(b) Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(0, t)$ .(c) Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, t)$ .

(d) Erklären Sie anhand des Graphen die unterschiedlichen Ergebnisse in (b) und (c).

**Platzaufgabe 41** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = \frac{1}{5}u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = \sin(x), \quad u_t(x, 0) = 0 \quad \text{für } x \in [0, \pi]$$

und den Randbedingungen  $u(0, t) = 0 = u(\pi, t)$  für  $t \in \mathbb{R}$ .(a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung  $u(x, t)$ .(b) Überprüfen Sie zur Probe die Lösung  $u(x, t)$  aus (a) durch Einsetzen in die Wellengleichung  $u_{tt} = \frac{1}{5}u_{xx}$ .**Platzaufgabe 42** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = \frac{1}{16}u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \frac{1}{x^2+1} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

(a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung  $u(x, t)$  unter Verwendung der d'Alembertschen Formel.(b) Bestimmen Sie  $u_t(1, t)$ .

**Blatt 14**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Di 13.02.24 im Ilias. Keine Abgabe in Übungsgruppen.

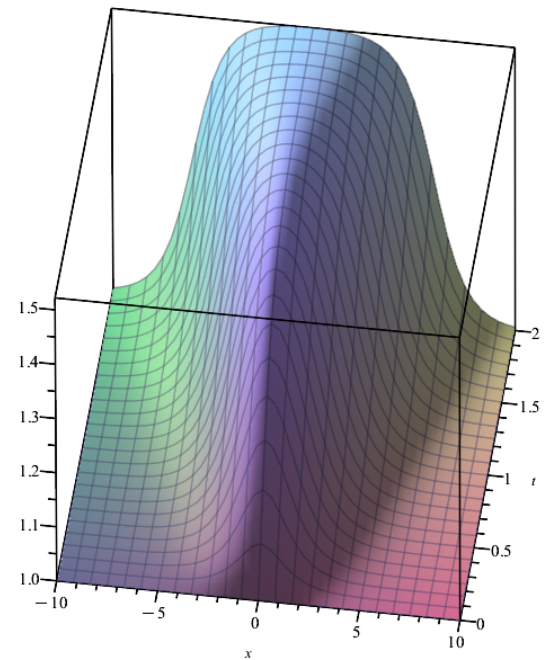
**Hausaufgabe 40** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = 9u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = 1, \quad u_t(x, 0) = \frac{1}{\cosh(x)} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Berechnen Sie  $\int \frac{1}{\cosh(s)} ds$  unter Verwendung der Substitution  $v := e^s$ .
- (b) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung  $u(x, t)$ .  
Der Graph der Lösung ist rechts ersichtlich.
- (c) Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(0, t)$ .

**Hausaufgabe 41** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \sin(2\pi x) \quad \text{für } x \in [0, 1]$$

und den Randbedingungen  $u(0, t) = 0 = u(1, t)$  für  $t \in \mathbb{R}$ .

- (a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung  $u(x, t)$ .
- (b) Überprüfen Sie zur Probe die Lösung  $u(x, t)$  aus (a) durch Einsetzen in die Wellengleichung  $u_{tt} = u_{xx}$ , die Anfangsbedingungen und die Randbedingungen.

**Hausaufgabe 42** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = 25u_{xx}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = \sin(x), \quad u_t(x, 0) = \frac{1}{x^2 + 4} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Bestimmen Sie die zugehörige Lösung  $u(x, t)$  unter Verwendung der d'Alembertschen Formel.
- (b) Bestimmen Sie  $u_t(0, t)$ .
- (c) Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u_t(0, t)$ .