Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 9

Platzaufgaben

Platzaufgabe 17 Sei $\Phi(u, v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix}$ für $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$.

Man bestimme die Gaußkrümmung $K_{\text{Gauß}}(u, v)$ unter Verwendung des Theorema egregium.

Platzaufgabe 18 Sei, wie in Platzaufgaben 12, 14 und Hausaufgaben 13, 15,

$$\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \mapsto \Phi(u, v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ v^2 \end{pmatrix} .$$

Man bestimme die Gaußkrümmung $K_{\text{Gauß}}(u, v)$ unter Verwendung des Theorema egregium.

Differentialgeometrie für Geodäten

Blatt 9

Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 03.02.25 in den Gruppenübungen oder bis Mo 03.02.25, 12:30 im Ilias.

Hausaufgabe 17 Sei, wie in Hausaufgaben 6, 8, 11, 16,

$$\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \mapsto \Phi(u, v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ uv \end{pmatrix} .$$

- (a) Man bestimme die Gaußkrümmung $K_{\text{Gauß}}(u, v)$ unter Verwendung des Theorema egregium.
- (b) Man vergleiche mit dem Ergebnis aus Hausaufgabe 11.(b).

Hausaufgabe 18 Sei $a \in (0, 1)$ ein Parameter. Wir betrachten wieder die um den Faktor a abgeplattete Kugel S , welche ein Ellipsoid ist und welche durch

$$\Phi : [0, \pi] \times [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^3 : \begin{pmatrix} \vartheta \\ \varphi \end{pmatrix} \mapsto \Phi(\vartheta, \varphi) = \begin{pmatrix} \sin(\vartheta) \cos(\varphi) \\ \sin(\vartheta) \sin(\varphi) \\ a \cos(\vartheta) \end{pmatrix} .$$

parametrisiert wird. Es ist also $S := \Phi([0, \pi] \times [0, 2\pi])$. Vgl. auch Hausaufgaben 10, 12, 14.

- (a) Man bestimme die Gaußkrümmung $K_{\text{Gauß}}(\vartheta, \varphi)$ unter Verwendung des Theorema egregium.
- (b) Man vergleiche mit dem Ergebnis aus Hausaufgabe 12.(b).