Höhere Mathematik 3 für Ingenieurstudiengänge

Blatt 4

Vortragsübung am Mi 4.12.24, Fr 6.12.24

Aufgabe 10 Wir betrachten folgende Differentialgleichung.

$$y'' + 2y' + 2y = 0$$

(a) Bestimmen Sie das zugehörige charakteristische Polynom sowie seine Nullstellen in $\mathbb{C}$. Faktorisieren Sie das charakteristische Polynom in Linearfaktoren.

(b) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung.

(c) Geben Sie alle Lösungen der Differentialgleichung an.

(d) Lösen Sie das zugehörige Anfangswertproblem $y(0) = 5$, $y'(0) = 0$.

Aufgabe 11 Wir betrachten auf $(0, \pi)$ die folgende Differentialgleichung

$$y'' + y = \frac{1}{\sin(x)} \ .$$

(a) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem der zugehörigen homogenen Differentialgleichung. Bestimmen Sie dafür die Wronski-Matrix $\mathrm{W}(x)$ sowie ihre Inverse $\mathrm{W}(x)^{-1}$.

(b) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung der Differentialgleichung $y'' + y = \frac{1}{\sin(x)}$ mittels Variation der Konstanten.

(c) Geben Sie alle Lösungen der Differentialgleichung $y'' + y = \frac{1}{\sin(x)}$ an.

Aufgabe 12 Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - 6y' + 9y = (x^2 + 1)\mathrm{e}^{3x}.$$

(a) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung $f_{\mathrm{p}}(x)$ der betrachteten Differentialgleichung.

(b) Bestimmen Sie alle Lösungen von $y'' - 6y' + 9y = (x^2 + 1)\mathrm{e}^{3x}$.