

Blatt 6

Vortragsübung am Mi 31.01.24, Fr 02.02.24

Aufgabe 15 Wir betrachten die Wärmeleitungsgleichung

$$u_t = 2u_{xx}$$

mit Randbedingungen

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad \text{für } t \geq 0$$

und Anfangsbedingung

$$u(x, 0) = \sin(\pi x) + \sin(2\pi x) \quad \text{für } x \in (0, 1)$$

- Bestimmen Sie die Lösung $u(x, t)$ der Wärmeleitungsgleichung, die die obigen Rand- und Anfangsbedingungen erfüllt.
- Skizzieren Sie die Funktion $u(1/2, t)$ für $t \in [0, 1]$.
- Plotten Sie die Funktion $u(x, t)$ für $x \in [0, 1]$ und $t \in [0, 0.1]$ mit Hilfe eines Grafikprogramms.

Aufgabe 16 Wir betrachten die Wärmeleitungsgleichung

$$u_t = u_{xx} + 1$$

mit Randbedingungen

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad \text{für } t \geq 0$$

und Anfangsbedingung

$$u(x, 0) = 0 \quad \text{für } x \in (0, \pi)$$

Bestimmen Sie die Lösung $u(x, t)$ der inhomogenen Wärmeleitungsgleichung, die die obigen Rand- und Anfangsbedingungen erfüllt.**Aufgabe 17** Wir betrachten die Wellengleichung

$$u_{tt} = 4u_{xx}$$

mit Anfangsbedingung

$$u(x, 0) = \cos(x)$$

- Bestimmen Sie eine Lösung $u(x, t)$ der Wellengleichung, die die obige Anfangsbedingung erfüllt.
- Ist die in (a) gefundene Lösung die einzige Lösung?