

## Lineare Algebra II – 8. Juni 2020

Liebe Studierenden,

in Kapitel 5 beschäftigen wir uns in den nächsten beiden Wochen mit Dualräumen von Vektorräumen. Im ersten Moment ist das Thema erst einmal ziemlich abstrakt. Tatsächlich haben wir bereits beim Lösen von Gleichungssystemen im Dualraum gerechnet. Auch das Transponieren von Matrizen hat seine strukturelle Erklärung im Dualraum. In Analysis sind Ihnen vermutlich schon Beispiele von Funktionalen, den Elementen des Dualraums begegnet. Dualität ist ein Grundprinzip in der Mathematik, das Beziehungen zwischen zwei Objekten herstellt. Als einfaches Beispiel kann man eine Aussage mit ihrer Negation vergleichen oder eine Menge mit ihrem Komplement. Überraschender ist das Dualitätsprinzip in der ebenen projektiven Geometrie: Aus einem richtigen Satz über Punkte und Geraden wird ein wiederum richtiger Satz, wenn man überall die Begriffe Punkt und Gerade miteinander vertauscht und die Verbindungsgerade von zwei Punkten mit dem Schnittpunkt von zwei Geraden. Die projektive Geometrie beruht auf linearer Algebra. Grundlegend sind duale Vektorräume auch in anderen Gebieten wie der Funktionalanalysis und deren Anwendungen auf Quantenmechanik und partielle Differentialgleichungen.

In Kapitel 5 vergrößern wir zunächst unser Grundlagenwissen; wir betrachten eine Dualität zwischen endlich-dimensionalen Vektorräumen und den dazu dualen Vektorräumen, und studieren systematisch die Eigenschaften dieser Dualität. Am Ende des Materials für diese Woche wird aufgezeigt, wie Dualität eine Beziehung zwischen Gleichungssystemen und ihren Lösungsmengen liefert. Nächste Woche lernen wir dann noch über duale Abbildungen von linearen Abbildungen. Hier sehen wir auch eine strukturelle Erklärung für das Transponieren von Matrizen. In Kapitel 4 haben wir uns damit beschäftigt Blockzerlegungen von Matrizen zu konstruieren, also zu einem Homomorphismus eine Basis – beziehungsweise zu einer Matrix einen Basiswechsel – gesucht, derart, dass die darstellende Matrix in Blockdiagonalgestalt ist. In Kapitel 4 haben wir hierzu Quotientenvektorräume genutzt. Genauso kann man Blockzerlegungen auch mittels des Dualraums finden.

Und nun noch zu den organisatorischen Dingen. Vergessen Sie nicht, sich für die Prüfung anzumelden. Der Anmeldezeitraum endet in den nächsten Tagen. Die nächsten Vortragsübungen sind thematisch wie folgt geplant:

- Montag 15. Juni: Ausgewählte Aufgaben des fünften Online-Tests
- Donnerstag 18. Juni: Klausurtraining.

Genaue Details entnehmen Sie bitte der Webseite. Insbesondere finden Sie dort bereits die Aufgaben zum Klausurtraining. Rechnen Sie diese bitte selbstständig durch, um ihr Wissen zu testen. Die Bearbeitungszeit sollte etwa bei 90 Minuten bis 2 Stunden liegen (je nachdem wie oft Sie sich verrechnen und die Sätze bereits verinnerlicht haben). In Ilias finden Sie Fragen zu diesen Aufgaben in einem anonymisierten Test angelegt – ähnlich zu den Online-Übungsblättern, nur eben ohne, dass wir Ihren Namen mit der Abgabe verbinden können. Dieser Test läuft von Mittwoch 10. Juni, 11:00 Uhr bis Dienstag 16. Juni, 11:00 Uhr. Direkt im Anschluss an den Ilias Selbsttest leiten wir Sie zu einer ebenfalls anonymen Ilias-Umfrage weiter, in der wir die in der Vorlesung behandelten Themen und mögliche Probleme mit diesen Themen abfragen. Wir nutzen Ihre Rückmeldungen im Ilias-Selbsttest und aus der Ilias-Umfrage zur Vorbereitung weiterer Vortragsübungen, insbesondere dem Klausurtraining. Daher bitten wir Sie um rege und ehrliche Teilnahme, sodass wir unsere Übungsmaterialien möglichst optimal auf Ihre Bedürfnisse abstimmen können.

Mit freundlichen Grüßen,  
Anne Henke