ONLINE-TEST 1

Aufgabe 1

Bestimmen Sie ein $a \in \mathbb{R}$, für das das Polynom $x^4 + ax^3 - 2x^2 + ax + 1 \in \mathbb{R}[x]$ die Nullstelle 1 mit Vielfachheit mindestens 2 hat.

$a =$ ☐

Bestimmen Sie ein $a \in \mathbb{R}$, für das das Polynom $x^4 + ax^3 - 4x^2 + ax + 1 \in \mathbb{R}[x]$ die Nullstelle 1 mit Vielfachheit mindestens 2 hat.

$a =$ ☐

Bestimmen Sie ein $a \in \mathbb{R}$, für das das Polynom $x^4 + ax^3 - 6x^2 + ax + 1 \in \mathbb{R}[x]$ die Nullstelle 1 mit Vielfachheit mindestens 2 hat.

$a =$ ☐

Bestimmen Sie ein $a \in \mathbb{R}$, für das das Polynom $x^4 + ax^3 - 8x^2 + ax + 1 \in \mathbb{R}[x]$ die Nullstelle 1 mit Vielfachheit mindestens 2 hat.

$a =$ ☐

Aufgabe 2

Sei $f(x) = x^2 - \bar{3}x + \bar{2} \in \mathbb{Z}_6[X]$. Wählen Sie alle Nullstellen von f aus.

☐ $\bar{0}$ ☐ $\bar{1}$ ☐ $\bar{2}$ ☐ $\bar{3}$ ☐ $\bar{4}$ ☐ $\bar{5}$

Sei $f(x) = x^2 + \bar{3}x + \bar{2} \in \mathbb{Z}_6[X]$. Wählen Sie alle Nullstellen von f aus.

☐ $\bar{0}$ ☐ $\bar{1}$ ☐ $\bar{2}$ ☐ $\bar{3}$ ☐ $\bar{4}$ ☐ $\bar{5}$

Sei $f(x) = x^2 - \bar{5}x \in \mathbb{Z}_6[X]$. Wählen Sie alle Nullstellen von f aus.

☐ $\bar{0}$ ☐ $\bar{1}$ ☐ $\bar{2}$ ☐ $\bar{3}$ ☐ $\bar{4}$ ☐ $\bar{5}$

Sei $f(x) = x^2 + x \in \mathbb{Z}_6[X]$. Wählen Sie alle Nullstellen von f aus.

☐ $\bar{0}$ ☐ $\bar{1}$ ☐ $\bar{2}$ ☐ $\bar{3}$ ☐ $\bar{4}$ ☐ $\bar{5}$

Aufgabe 3

Sei $f(x) = x^2 - \bar{3}x + \bar{2} \in \mathbb{Z}_6[x]$. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

Die Zerlegung von f in der Form $f(x) = (x-a)(x-b)$ ist bis auf die Reihenfolge von Faktoren eindeutig.

☐wahr ☐falsch

Sei $f(x) = x^2 + \bar{3}x + \bar{2} \in \mathbb{Z}_6[x]$. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

Die Zerlegung von f in der Form $f(x) = (x-a)(x-b)$ ist bis auf die Reihenfolge von Faktoren eindeutig.

☐wahr ☐falsch

Sei $f(x) = x^2 - \bar{5}x \in \mathbb{Z}_6[x]$. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

Die Zerlegung von f in der Form $f(x) = (x-a)(x-b)$ ist bis auf die Reihenfolge von Faktoren eindeutig.

☐wahr ☐falsch

Sei $f(x) = x^2 + x \in \mathbb{Z}_6[x]$. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

Die Zerlegung von f in der Form $f(x) = (x-a)(x-b)$ ist bis auf die Reihenfolge von Faktoren eindeutig.

☐wahr ☐falsch

Aufgabe 4

Bestimmen Sie den minimalen Grad $deg(f)$ eines Polynoms $f \in \mathbb{R}[x]$ mit den Nullstellen i mit Vielfachheit 2 und $-1-i$ mit Vielfachheit 1.

$deg(f) =$ ☐

Bestimmen Sie den minimalen Grad $deg(f)$ eines Polynoms $f \in \mathbb{R}[x]$ mit den Nullstellen i mit Vielfachheit 1 und $-1-i$ mit Vielfachheit 2.

$deg(f) =$ ☐

Bestimmen Sie den minimalen Grad $deg(f)$ eines Polynoms $f \in \mathbb{R}[x]$ mit den Nullstellen i mit Vielfachheit 2, 3 mit Vielfachheit 2 und $-1-i$ mit Vielfachheit 1.

$deg(f) =$ ☐

Bestimmen Sie den minimalen Grad $deg(f)$ eines Polynoms $f \in \mathbb{R}[x]$ mit den Nullstellen i mit Vielfachheit 2, 3 mit Vielfachheit 1 und $-1-i$ mit Vielfachheit 1.

$deg(f) =$ ☐

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Vielfachheit $v(a)$ der Nullstelle $a = 1$ vom Polynom $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 \in \mathbb{R}[x]$.

$v(1) =$ ☐

Bestimmen Sie die Vielfachheit $v(a)$ der Nullstelle $a = 1$ vom Polynom $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2 \in \mathbb{R}[x]$.

$v(1) =$ ☐

Bestimmen Sie die Vielfachheit $v(a)$ der Nullstelle $a = 1$ vom Polynom $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 3 \in \mathbb{R}[x]$.

$v(1) =$ ☐

Bestimmen Sie die Vielfachheit $v(a)$ der Nullstelle $a = 1$ vom Polynom $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 8x + 4 \in \mathbb{R}[x]$.

$v(1) =$ ☐

Aufgabe 6

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Seien $p, q \in \mathbb{C}[x]$. Wenn $\{\lambda \in \mathbb{C} : p(\lambda) = 0\} \subseteq \{\lambda \in \mathbb{C} : q(\lambda) = 0\}$, dann gibt es $r \in \mathbb{N}$, sodass $p|q^r$ (d.h. es gibt $w \in \mathbb{C}[x]$, sodass $q^r = pw$).

☐wahr ☐falsch

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Seien $p, q \in \mathbb{C}[x]$. Wenn $\{\lambda \in \mathbb{C} : p(\lambda) = 0\} \subseteq \{\lambda \in \mathbb{C} : q(\lambda) = 0\}$, dann gibt es $r \in \mathbb{N}$, sodass $p|q^r$ (d.h. es gibt $w \in \mathbb{C}[x]$, sodass $q^r = pw$).

☐wahr ☐falsch

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Seien $p, q \in \mathbb{C}[x]$. Wenn $\{\lambda \in \mathbb{C} : p(\lambda) = 0\} \subseteq \{\lambda \in \mathbb{C} : q(\lambda) = 0\}$, dann gibt es $r \in \mathbb{N}$, sodass $p|q^r$ (d.h. es gibt $w \in \mathbb{C}[x]$, sodass $q^r = pw$).

☐wahr ☐falsch

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Seien $p, q \in \mathbb{C}[x]$. Wenn $\{\lambda \in \mathbb{C} : p(\lambda) = 0\} \subseteq \{\lambda \in \mathbb{C} : q(\lambda) = 0\}$, dann gibt es $r \in \mathbb{N}$, sodass $p|q^r$ (d.h. es gibt $w \in \mathbb{C}[x]$, sodass $q^r = pw$).

☐wahr ☐falsch

Aufgabe 7

Sei K ein Körper und seien f, g, h beliebige Polynome in $K[X]$, sodass $\mathsf{deg}(f) = 4, \mathsf{deg}(g) = 7$ und $\mathsf{deg}(h) = 16$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐$\mathsf{deg}((f + g^2)h) = 784$.

☐$\mathsf{deg}((f^2 + g)h) = 32$.

☐$\mathsf{deg}((f^2 + h)g) = 23$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Sei K ein Körper und seien f, g, h beliebige Polynome in $K[X]$, sodass $\mathsf{deg}(f) = 3, \mathsf{deg}(g) = 11$ und $\mathsf{deg}(h) = 9$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐$\mathsf{deg}((f^2 + g)h) = 99$.

☐$\mathsf{deg}((f + g^2)h) = 130$.

☐$\mathsf{deg}((f^2 + h)g) = 20$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Sei K ein Körper und seien f, g, h beliebige Polynome in $K[X]$, sodass $\mathsf{deg}(f) = 9, \mathsf{deg}(g) = 15$ und $\mathsf{deg}(h) = 3$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐$\mathsf{deg}((f + g^2)h) = 675$.

☐$\deg((f^2+g)h) = 84$.

☐$\deg((h^2+f)g) = 34$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Sei K ein Körper und seien f, g, h beliebige Polynome in $K[X]$, sodass $\deg(f) = 16, \deg(g) = 8$ und $\deg(h) = 4$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐$\deg((f+g^2)h) = 256$.

☐$\deg((f^2+g)h) = 230$.

☐$\deg((h^2+f)g) = 24$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Aufgabe 8

Sei R ein kommutativer Ring. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Aussage in Theorem 1.17 (Division mit Rest) gilt für Polynome f und g in $R[X]$.

☐wahr ☐falsch

Sei R ein kommutativer Ring. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Aussage in Theorem 1.17 (Division mit Rest) gilt für Polynome f und g in $R[X]$.

☐wahr ☐falsch

Sei R ein kommutativer Ring. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Aussage in Theorem 1.17 (Division mit Rest) gilt für Polynome f und g in $R[X]$.

☐wahr ☐falsch

Sei R ein kommutativer Ring. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Aussage in Theorem 1.17 (Division mit Rest) gilt für Polynome f und g in $R[X]$.

☐wahr ☐falsch

Aufgabe 9

Sei R ein kommutativer Ring, $f \in R(X)$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Sei $a \in R$ eine Nullstelle von f. Dann existiert $q \in R[X]$ mit $f = (X - a)q$.

☐wahr ☐falsch

Sei R ein kommutativer Ring, $f \in R(X)$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Sei $a \in R$ eine Nullstelle von f. Dann existiert $q \in R[X]$ mit $f = (X - a)q$.

☐wahr ☐falsch

Sei R ein kommutativer Ring, $f \in R(X)$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Sei $a \in R$ eine Nullstelle von f. Dann existiert $q \in R[X]$ mit $f = (X - a)q$.

☐wahr ☐falsch

Sei R ein kommutativer Ring, $f \in R(X)$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Sei $a \in R$ eine Nullstelle von f. Dann existiert $q \in R[X]$ mit $f = (X - a)q$.

☐wahr ☐falsch

Aufgabe 10

Sei p ein Polynom in $\mathbb{Z}[X]$ mit $p(0)$ und $p(1)$ ungerade. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Polynom p hat keine ganzen Nullstellen, also keine Nullstelle in $\mathbb{Z}$.

☐wahr ☐falsch

Sei p ein Polynom in $\mathbb{Z}[X]$ mit $p(0)$ und $p(1)$ ungerade. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Polynom p hat keine ganzen Nullstellen, also keine Nullstelle in $\mathbb{Z}$.

☐wahr ☐falsch

Sei p ein Polynom in $\mathbb{Z}[X]$ mit $p(0)$ und $p(1)$ ungerade. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Polynom p hat keine ganzen Nullstellen, also keine Nullstelle in $\mathbb{Z}$.

☐wahr ☐falsch

Sei p ein Polynom in $\mathbb{Z}[X]$ mit $p(0)$ und $p(1)$ ungerade. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Polynom p hat keine ganzen Nullstellen, also keine Nullstelle in $\mathbb{Z}$.

☐wahr ☐falsch