ONLINE-TEST 6

——— Aufgabe 1 ———

Sei $\mathbb{Q}[x]$ der Vektorraum der Polynome und sei $\varphi : \mathbb{Q}[x] \to \mathbb{Q}$ die lineare Abbildung gegeben durch $\varphi(P) = P(2)$. Betrachten Sie die Basis $B = \{x^i : i \geq 0\}$ von $\mathbb{Q}[x]$. Für alle $i \geq 0$ bezeichnen wir mit $(x^i)^*$ die lineare Abbildung gegeben durch $(x^i)^*(x^i) = 1$ und $(x^i)^*(x^j) = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Es gibt $n \geq 0$ und $\lambda_0, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{Q}$, sodass $\varphi = \sum_{i=0}^n \lambda_i (x^i)^*$. ○ wahr ○falsch
2. Für alle $n \geq 0$ ist die Menge $\{(x^i)^* : 0 \leq i \leq n\}$ eine Basis von $\{P \in \mathbb{Q}[x] : P = 0 \text{ oder } \mathrm{Grad}(P) \leq n\}^*$. ○ wahr ○falsch

---

Sei $\mathbb{C}[x]$ der Vektorraum der Polynome und sei $\varphi : \mathbb{C}[x] \to \mathbb{C}$ die lineare Abbildung gegeben durch $\varphi(P) = P(3)$. Betrachten Sie die Basis $B = \{x^i : i \geq 0\}$ von $\mathbb{C}[x]$. Für alle $i \geq 0$ bezeichnen wir mit $(x^i)^*$ die lineare Abbildung gegeben durch $(x^i)^*(x^i) = 1$ und $(x^i)^*(x^j) = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Für alle $n \geq 0$ ist die Menge $\{(x^i)^* : 0 \leq i \leq n\}$ eine Basis von $\{P \in \mathbb{C}[x] : P = 0 \text{ oder } \mathrm{Grad}(P) \leq n\}^*$. ○ wahr ○falsch
2. Es gibt $n \geq 0$ und $\lambda_0, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{C}$, sodass $\varphi = \sum_{i=0}^n \lambda_i (x^i)^*$. ○ wahr ○falsch

---

Sei $\mathbb{R}[x]$ der Vektorraum der Polynome und sei $\varphi : \mathbb{R}[x] \to \mathbb{R}$ die lineare Abbildung gegeben durch $\varphi(P) = P(-2)$. Betrachten Sie die Basis $B = \{x^i : i \geq 0\}$ von $\mathbb{R}[x]$. Für alle $i \geq 0$ bezeichnen wir mit $(x^i)^*$ die lineare Abbildung gegeben durch $(x^i)^*(x^i) = 1$ und $(x^i)^*(x^j) = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Für alle $n \geq 0$ ist die Menge $\{(x^i)^* : 0 \leq i \leq n\}$ eine Basis von $\{P \in \mathbb{R}[x] : P = 0 \text{ oder } \mathrm{Grad}(P) \leq n\}^*$. ○ wahr ○falsch
2. Es gibt $n \geq 0$ und $\lambda_0, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$, sodass $\varphi = \sum_{i=0}^n \lambda_i (x^i)^*$. ○ wahr ○falsch

---

Sei $\mathbb{C}[x]$ der Vektorraum der Polynome und sei $\varphi : \mathbb{C}[x] \to \mathbb{C}$ die lineare Abbildung gegeben durch $\varphi(P) = P(-3)$. Betrachten Sie die Basis $B = \{x^i : i \geq 0\}$ von $\mathbb{C}[x]$. Für alle $i \geq 0$ bezeichnen wir mit $(x^i)^*$ die lineare Abbildung gegeben durch $(x^i)^*(x^i) = 1$ und $(x^i)^*(x^j) = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Es gibt $n \geq 0$ und $\lambda_0, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{C}$, sodass $\varphi = \sum_{i=0}^{n} \lambda_i (x^i)^*$. ◯ wahr ◯falsch
2. Für alle $n \geq 0$ ist die Menge $\{(x^i)^* : 0 \leq i \leq n\}$ eine Basis von $\{P \in \mathbb{C}[x] : P = 0 \text{ oder } \mathrm{Grad}(P) \leq n\}^*$. ◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 2

Sei V ein beliebiger n-dimensionaler K-Vektorraum und V^* der Dualraum von V.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\forall v \in V \setminus \{0\}\ \exists \varphi \in V^* : \varphi(v) = -1$
☐ $\exists v \in V \setminus \{0\}\ \forall \varphi \in V^* \setminus \{0\} : \varphi(v) = -1$
☐ $\forall \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \exists v \in V : \varphi(v) = 1$
☐ $\exists \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \forall v \in V : \varphi(v) = 1$

Sei V ein beliebiger n-dimensionaler K-Vektorraum und V^* der Dualraum von V.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\exists v \in V \setminus \{0\}\ \forall \varphi \in V^* \setminus \{0\} : \varphi(v) = -1$
☐ $\forall \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \exists v \in V : \varphi(v) = -1$
☐ $\forall v \in V \setminus \{0\}\ \exists \varphi \in V^* : \varphi(v) = 1$
☐ $\exists \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \forall v \in V : \varphi(v) = 1$

Sei V ein beliebiger n-dimensionaler K-Vektorraum und V^* der Dualraum von V.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\forall v \in V \setminus \{0\}\ \exists \varphi \in V^* : \varphi(v) = 1$
☐ $\exists v \in V \setminus \{0\}\ \forall \varphi \in V^* \setminus \{0\} : \varphi(v) = 1$
☐ $\exists \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \forall v \in V : \varphi(v) = -1$
☐ $\forall \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \exists v \in V : \varphi(v) = -1$

Sei V ein beliebiger n-dimensionaler K-Vektorraum und V^* der Dualraum von V.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\exists v \in V \setminus \{0\}\ \forall \varphi \in V^* \setminus \{0\} : \varphi(v) = 1$
☐ $\exists \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \forall v \in V : \varphi(v) = -1$
☐ $\forall \varphi \in V^* \setminus \{0\}\ \exists v \in V : \varphi(v) = -1$
☐ $\forall v \in V \setminus \{0\}\ \exists \varphi \in V^* : \varphi(v) = 1$

Aufgabe 3

Sei $V = \mathbb{R}^2$ mit Standardbasis $\mathcal{E} = \{e_1, e_2\}$, wobei $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Die Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ bilden die Basen $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2\}$ und $\mathcal{B}_2 = \{w_1, w_2\}$. Sei außerdem $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie:

$e_1^*(x) = \square$ $e_2^*(x) = \square$ $v_1^*(x) = \square$ $v_2^*(x) = \square$ $w_1^*(x) = \square$ $w_2^*(x) = \square$

Sei $V = \mathbb{R}^2$ mit Standardbasis $\mathcal{E} = \{e_1, e_2\}$, wobei $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
Die Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ bilden die Basen $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2\}$ und $\mathcal{B}_2 = \{w_1, w_2\}$. Sei außerdem $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie:

$e_1^*(x) = \square$ $e_2^*(x) = \square$ $v_1^*(x) = \square$ $v_2^*(x) = \square$ $w_1^*(x) = \square$ $w_2^*(x) = \square$

Sei $V = \mathbb{R}^2$ mit Standardbasis $\mathcal{E} = \{e_1, e_2\}$, wobei $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
Die Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ bilden die Basen $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2\}$ und $\mathcal{B}_2 = \{w_1, w_2\}$. Sei außerdem $x = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie:

$e_1^*(x) = \square$ $e_2^*(x) = \square$ $v_1^*(x) = \square$ $v_2^*(x) = \square$ $w_1^*(x) = \square$ $w_2^*(x) = \square$

Sei $V = \mathbb{R}^2$ mit Standardbasis $\mathcal{E} = \{e_1, e_2\}$, wobei $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
Die Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ bilden die Basen $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2\}$ und $\mathcal{B}_2 = \{w_1, w_2\}$. Sei außerdem $x = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie:

$e_1^*(x) = \square$ $e_2^*(x) = \square$ $v_1^*(x) = \square$ $v_2^*(x) = \square$ $w_1^*(x) = \square$ $w_2^*(x) = \square$

Aufgabe 4

Sei K ein Körper und betrachten Sie den Vektorraum V der unendlichen Folgen in K (d.h. $V = \{(a_0, a_1, \dots) \in K^{\mathbb{N}} : a_i \in K\}$).

Für alle i bezeichnen wir mit e_i den Vektor $(a_0, a_1, \dots)$ mit $a_i = 1$ und $a_j = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist

Es gibt $\varphi \in V^* \setminus \{0\}$, sodass $\varphi(e_i) = 0$ für alle $i \geq 0$. ◯ wahr ◯falsch

---

Sei K ein Körper und betrachten Sie den Vektorraum V der unendlichen Folgen in K (d.h. $V = \{(a_0, a_1, \dots) \in K^{\mathbb{N}} : a_i \in K\}$).

Für alle i bezeichnen wir mit e_i den Vektor $(a_0, a_1, \dots)$ mit $a_i = 1$ und $a_j = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist

Es gibt kein $\varphi \in V^* \setminus \{0\}$, sodass $\varphi(e_i) = 0$ für alle $i \geq 0$. ◯ wahr ◯falsch

---

Sei K ein Körper und betrachten Sie den Vektorraum V der unendlichen Folgen in K (d.h. $V = \{(a_0, a_1, \dots) \in K^{\mathbb{N}} : a_i \in K\}$).

Für alle i bezeichnen wir mit e_i den Vektor $(a_0, a_1, \dots)$ mit $a_i = 1$ und $a_j = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist

Seien $\varphi, \psi \in V^*$. Wenn $\varphi(e_i) = \psi(e_i)$ für alle $i \geq 0$, dann ist $\varphi = \psi$. ◯ wahr ◯falsch

---

Sei K ein Körper und betrachten Sie den Vektorraum V der unendlichen Folgen in K (d.h. $V = \{(a_0, a_1, \dots) \in K^{\mathbb{N}} : a_i \in K\}$).

Für alle i bezeichnen wir mit e_i den Vektor $(a_0, a_1, \dots)$ mit $a_i = 1$ und $a_j = 0$ für alle $j \neq i$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist

Seien $\varphi, \psi \in V^*$. Wenn $\varphi \neq \psi$, dann gibt es $i \geq 0$, sodass $\varphi(e_i) \neq \psi(e_i)$. ◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 5

Betrachten Sie die Abbildung $\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ gegeben durch $(\Psi(a, b, c))(x, y, z) = ax - by + cz$ für alle $a, b, c, x, y, z \in \mathbb{R}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an

☐ Ψ ist linear.

☐ $\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist injectiv.

☐ $\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist surjectiv.

☐ Alle obigen Aussagen sind falsch.

Betrachten Sie die Abbildung $\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ gegeben durch $(\Psi(a, b, c))(x, y, z) = 3ax + by + 2cz$ für alle $a, b, c, x, y, z \in \mathbb{R}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an

☐Ψ ist nicht linear.

☐$\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist surjectiv.

☐$\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist nicht injectiv.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Betrachten Sie die Abbildung $\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ gegeben durch $(\Psi(a,b,c))(x,y,z) = ax + 3by - cz$ für alle $a,b,c,x,y,z \in \mathbb{R}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an

☐Ψ ist linear.

☐$\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist nicht injectiv.

☐$\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist nicht surjectiv.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Betrachten Sie die Abbildung $\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ gegeben durch $(\Psi(a,b,c))(x,y,z) = ax - by + 3cz$ für alle $a,b,c,x,y,z \in \mathbb{R}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an

☐Ψ ist nicht linear.

☐$\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist nicht surjectiv.

☐$\Psi : \mathbb{R}^3 \to (\mathbb{R}^3)^*$ ist injectiv.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Aufgabe 6

Sei V ein $\mathbb{R}$-Vektorraum und sei $f : \mathbb{R}^3 \to V$ eine lineare Abbildung. Betrachten Sie den $\mathbb{R}$-Vektorraum W gegeben durch

$W = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : \text{ es gibt } \varphi \in V^*, \text{ sodass } \varphi(f(x,y,z)) = ax + by + cz \text{ für alle } x,y,z \in \mathbb{R}\}.$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn $\dim_{\mathbb{R}} \mathsf{Im}(f) = 2$, dann ist $\dim_{\mathbb{R}} W = \boxed{}$.

Sei V ein $\mathbb{R}$-Vektorraum und sei $f : \mathbb{R}^3 \to V$ eine lineare Abbildung. Betrachten Sie den $\mathbb{R}$-Vektorraum

W gegeben durch

$$W = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : \text{ es gibt } \varphi \in V^*, \text{ sodass } \varphi(f(x,y,z)) = ax + by + cz \text{ für alle } x,y,z \in \mathbb{R}\}.$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn $\dim_{\mathbb{R}} \mathsf{Im}(f) = 3$, dann ist $\dim_{\mathbb{R}} W =$ ☐.

Sei V ein $\mathbb{R}$-Vektorraum und sei $f : \mathbb{R}^3 \to V$ eine lineare Abbildung. Betrachten Sie den $\mathbb{R}$-Vektorraum W gegeben durch

$$W = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : \text{ es gibt } \varphi \in V^*, \text{ sodass } \varphi(f(x,y,z)) = ax + by + cz \text{ für alle } x,y,z \in \mathbb{R}\}.$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn $\dim_{\mathbb{R}} W = 2$, dann ist $\dim_{\mathbb{R}} \mathsf{Im}(f) =$ ☐.

Sei V ein $\mathbb{R}$-Vektorraum und sei $f : \mathbb{R}^3 \to V$ eine lineare Abbildung. Betrachten Sie den $\mathbb{R}$-Vektorraum W gegeben durch

$$W = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : \text{ es gibt } \varphi \in V^*, \text{ sodass } \varphi(f(x,y,z)) = ax + by + cz \text{ für alle } x,y,z \in \mathbb{R}\}.$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn $\dim_{\mathbb{R}} W = 3$, dann ist $\dim_{\mathbb{R}} \mathsf{Im}(f) =$ ☐.

Aufgabe 7

Sei V der Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ gegeben durch $V = [\{(1,1,2), (-1,0,1)\}]$. Sei $\varphi \in V^\circ \setminus \{0\}$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\varphi(1,1,1) \neq 0$.

☐ $\varphi(1,0,2) = 3$.

☐ $\varphi(a,0,b) = \varphi(b,0,a)$ für alle $a,b \in \mathbb{R}$.

Sei V der Untervektorraum von $\mathbb{C}^3$ gegeben durch $V = [\{(1,0,-1), (1,1,3)\}]$. Sei $\varphi \in V^\circ \setminus \{0\}$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\varphi(1,1,1) \neq 0$.

☐ $\varphi(a,0,b) - \varphi(b,0,a) = 0$ für alle $a,b \in \mathbb{C}$.

☐ $\varphi(1,-1,1) = 6$.

Sei V der Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ gegeben durch $V = [\{(1,1,-2),(-2,0,2)\}]$. Sei $\varphi \in V^\circ \setminus \{0\}$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\varphi(1,1,1) = 3$.

☐ $\varphi(1,-1,1) \neq 0$.

☐ $\varphi(0,a,b) - \varphi(0,b,a) = 0$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$.

Sei V der Untervektorraum von $\mathbb{C}^3$ gegeben durch $V = [\{(2,0,-2),(-1,-1,3)\}]$. Sei $\varphi \in V^\circ \setminus \{0\}$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ $\varphi(1,1,1) = 4$.

☐ $\varphi(-1,3,1) \neq 0$.

☐ $\varphi(a,0,b) - \varphi(b,0,a) = 0$ für alle $a, b \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 8

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt einen endlich dimensionalen K-Vektorraum V über einem Körper K und $f_1 \neq 0,\ f_2 \neq 0 \in V^*$, sodass $f_1(v)f_2(v) = 0,\ \forall v \in V$.

☐ wahr ☐ falsch

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt einen endlich dimensionalen K-Vektorraum V über einem Körper K und $f_1 \neq 0,\ f_2 \neq 0 \in V^*$, sodass $f_1(v)f_2(v) = 0,\ \forall v \in V$.

☐ wahr ☐ falsch

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt einen endlich dimensionalen K-Vektorraum V über einem Körper K und $f_1 \neq 0,\ f_2 \neq 0 \in V^*$, sodass $f_1(v)f_2(v) = 0,\ \forall v \in V$.

☐ wahr ☐ falsch

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt einen endlich dimensionalen K-Vektorraum V über einem Körper K und $f_1 \neq 0,\ f_2 \neq 0 \in V^*$, sodass $f_1(v)f_2(v) = 0,\ \forall v \in V$.

□wahr □falsch

Aufgabe 9

Seien K ein Körper, V ein n-dimensionaler K-Vektorraum und $f_1, f_2 \in V^*$ mit $\operatorname{Ker} f_1 = \operatorname{Ker} f_2$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\exists c \in K$, derart dass $f_1 = cf_2$.

□wahr □falsch

Seien K ein Körper, V ein n-dimensionaler K-Vektorraum und $f_1, f_2 \in V^*$ mit $\operatorname{Ker} f_1 = \operatorname{Ker} f_2$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\exists c \in K$, derart dass $f_1 = cf_2$.

□wahr □falsch

Seien K ein Körper, V ein n-dimensionaler K-Vektorraum und $f_1, f_2 \in V^*$ mit $\operatorname{Ker} f_1 = \operatorname{Ker} f_2$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\exists c \in K$, derart dass $f_1 = cf_2$.

□wahr □falsch

Seien K ein Körper, V ein n-dimensionaler K-Vektorraum und $f_1, f_2 \in V^*$ mit $\operatorname{Ker} f_1 = \operatorname{Ker} f_2$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\exists c \in K$, derart dass $f_1 = cf_2$.

□wahr □falsch

Aufgabe 10

Seien V, W zwei endlich dimensionale K-Vektorräume über einem Körper K und $T : V \to W$ linear. Wir bezeichnen mit T^* die lineare Abbildung $W^* \to V^*$ gegeben durch $f \mapsto f \circ T$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\operatorname{Im}(T^*) = (\operatorname{Ker} T)^\circ$.

□wahr □falsch

Seien V, W zwei endlich dimensionale K-Vektorräume über einem Körper K und $T : V \to W$ linear. Wir bezeichnen mit T^* die lineare Abbildung $W^* \to V^*$ gegeben durch $f \mapsto f \circ T$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\operatorname{Im}(T^*) = (\operatorname{Ker} T)^\circ$.

☐wahr ☐falsch

Seien V, W zwei endlich dimensionale K-Vektorräume über einem Körper K und $T : V \to W$ linear. Wir bezeichnen mit T^* die lineare Abbildung $W^* \to V^*$ gegeben durch $f \mapsto f \circ T$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\operatorname{Im}(T^*) = (\operatorname{Ker} T)^\circ$.

☐wahr ☐falsch

Seien V, W zwei endlich dimensionale K-Vektorräume über einem Körper K und $T : V \to W$ linear. Wir bezeichnen mit T^* die lineare Abbildung $W^* \to V^*$ gegeben durch $f \mapsto f \circ T$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

$\operatorname{Im}(T^*) = (\operatorname{Ker} T)^\circ$.

☐wahr ☐falsch