Arne Geyer, Anne Henke,
Alexandra Zvonareva

6. Vortragsübung
Lineare Algebra 2

Sommersemester 2020
14.05.2020

Aufgaben des fünften Online-Tests

V6.1. Aufgabe (Online-Test 5, Aufgabe 1).
Sei U der von $(1,0,1)^T$ erzeugte reelle Unterraum von $\mathbb{R}^3$. Betrachten Sie den Quotientenvektorraum $\mathbb{R}^3/U$ sowie die Restklassenabbildung $\pi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3/U$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Geben Sie jeweils eine Begründung.

(a) $\pi(2,-4,3) = \pi(1,-4,2)$.

(b) Für alle $a, b, a', b' \in \mathbb{R}$ gilt $\pi(0,a,b) = \pi(0,a',b')$ genau dann, wenn $a = a'$ und $b = b'$.

(c) Wenn $b \neq b'$, dann gilt $\pi(a,b,c) \neq \pi(a',b',c')$ für alle $a, a', c, c' \in \mathbb{R}$.

V6.2. Aufgabe (Online-Test 5, Aufgabe 2).
Gegeben sind die Untervektorräume $U := \operatorname{Span}\{(1,1,1)^T\}$ und $V := \operatorname{Span}\{(-1,1,1)^T\}$ des reellen Vektorraums $\mathbb{R}^3$, sowie die $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y,z) = 2x - y + 3z$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(a) Es gibt eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $g : \mathbb{R}^3/U \to \mathbb{R}$ mit $f = g \circ \pi$, wobei $\pi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3/U$ die Restklassenabbildung ist.

(b) Es gibt eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $g : \mathbb{R}^3/V \to \mathbb{R}$ mit $f = g \circ \pi$, wobei $\pi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3/U$ die Restklassenabbildung ist.

V6.3. Aufgabe (Online-Test 5, Aufgabe 9).
Sei $A \in M_n(\mathbb{C})$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Geben Sie jeweils eine Begründung.

(a) Wenn $\chi_A = x^4(x-1)^3(x-2)^2$ und $m_A = x^3(x-1)^2(x-2)$, dann kann man die Jordansche Normalform von A bis auf Permutation von Blöcken eindeutig bestimmen.

(b) Wenn $\chi_A = x^6(x-1)^2$ und $m_A = x^2(x-1)$, dann kann man die Jordansche Normalform von A bis auf Permutation von Blöcken eindeutig bestimmen.

(c) Wenn $\operatorname{Im} A = \operatorname{Ker} A$, dann kann man die Jordansche Normalform von A bis auf Permutation von Blöcken eindeutig bestimmen.