

## ONLINE-TEST 8

### Aufgabe 1

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ein Isomorphismus reeller Vektorräume. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn  $f((1, 1, 3)^T) = (-1, 3, 2)^T$  ist und  $f((2, 1, 1)^T) = (1, 0, 1)^T$  ist, dann ist  $f^{-1}((-3, 6, 3)^T) = (\square, \square, \square)$

---

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ein Isomorphismus reeller Vektorräume. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn  $f((1, 1, 2)^T) = (1, 3, 2)^T$  ist und  $f((2, 1, 1)^T) = (-1, 0, -1)^T$  ist, dann ist  $f^{-1}((3, 6, 5)^T) = (\square, \square, \square)$

---

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ein Isomorphismus reeller Vektorräume. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn  $f((1, 2, 1)^T) = (1, -3, 1)^T$  ist und  $f((2, 1, 2)^T) = (1, -1, 1)^T$  ist, dann ist  $f^{-1}((1, -5, 1)^T) = (\square, \square, \square)$

---

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ein Isomorphismus reeller Vektorräume. Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Wenn  $f((3, 1, 3)^T) = (5, 1, 1)^T$  ist und  $f((2, 1, -1)^T) = (1, -2, 1)^T$  ist, dann ist  $f^{-1}((9, 4, 1)^T) = (\square, \square, \square)$

### Aufgabe 2

Sei  $\mathbb{K}$  ein Körper und sei  $n$  eine natürliche Zahl. Betrachten Sie den  $\mathbb{K}$ -Vektorraum  $U_n = \{p(x) \in \mathbb{K}[x] : p(x) = 0 \text{ oder } \text{Grad}(p(x)) \leq n\}$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Die Dimension von  $U_{10}$  ist 10.  wahr  falsch
  2. Die Vektoren in allen Mengen  $X \subseteq U_7$  mit 9 Elementen sind linear abhängig.  wahr  falsch
- 

Sei  $\mathbb{K}$  ein Körper und sei  $n$  eine natürliche Zahl. Betrachten Sie den  $\mathbb{K}$ -Vektorraum  $U_n = \{p(x) \in \mathbb{K}[x] : p(x) = 0 \text{ oder } \text{Grad}(p(x)) \leq n\}$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Die Dimension von  $U_7$  ist 7.  wahr  falsch
  2. Die Vektoren in allen Mengen  $X \subseteq U_{10}$  mit 12 Elementen sind linear abhängig.  wahr  falsch
- 

Sei  $\mathbb{K}$  ein Körper und sei  $n$  eine natürliche Zahl. Betrachten Sie den  $\mathbb{K}$ -Vektorraum  $U_n = \{p(x) \in \mathbb{K}[x] : p(x) = 0 \text{ oder } \text{Grad}(p(x)) \leq n\}$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Die Dimension von  $U_8$  ist 8.  wahr  falsch
  2. Die Vektoren in allen Mengen  $X \subseteq U_9$  mit 11 Elementen sind linear abhängig.  wahr  
 falsch
- 

Sei  $\mathbb{K}$  ein Körper und sei  $n$  eine natürliche Zahl. Betrachten Sie den  $\mathbb{K}$ -Vektorraum  $U_n = \{p(x) \in \mathbb{K}[x] : p(x) = 0 \text{ oder } \text{Grad}(p(x)) \leq n\}$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

1. Die Dimension von  $U_9$  ist 9.  wahr  falsch
2. Die Vektoren in allen Mengen  $X \subseteq U_8$  mit 10 Elementen sind linear abhängig.  wahr  
 falsch

### ————— Aufgabe 3 —————

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine Basis  $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  von  $\mathbb{R}^4$ , sodass  $v_1 = (1, 0, 2, 2)^T$ ,  $v_2 = (0, 1, -1, -1)^T$  und  $v_3 = (1, 1, 2, -2)^T$ .  wahr  falsch

---

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine Basis  $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  von  $\mathbb{R}^4$ , sodass  $v_1 = (2, 0, 1, 1)^T$ ,  $v_2 = (0, 1, -2, -2)^T$  und  $v_3 = (3, 1, 1, -1)^T$ .  wahr  falsch

---

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine Basis  $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  von  $\mathbb{R}^4$ , sodass  $v_1 = (-1, 0, 2, 2)^T$ ,  $v_2 = (0, 1, -1, 1)^T$  und  $v_3 = (3, 3, 1, 1)^T$ .  wahr  falsch

---

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine Basis  $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  von  $\mathbb{R}^4$ , sodass  $v_1 = (1, 1, -2, 2)^T$ ,  $v_2 = (0, 1, 1, -1)^T$  und  $v_3 = (1, 2, 1, -2)^T$ .  wahr  falsch

### ————— Aufgabe 4 —————

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  die Abbildung definiert durch  $f((x, y)^T) = xy$  für alle  $(x, y)^T \in \mathbb{R}^2$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Abbildung  $f$  ist  $\mathbb{R}$ -linear.  wahr  falsch

---



---

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- a) Es gibt eine  $\mathbb{R}$ -lineare Abbildung  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , sodass  $f((1, 0)^T) = 1$  und  $f((0, 1)^T) = 2$ .  wahr  
 falsch
- b) Es gibt eine  $\mathbb{R}$ -lineare Abbildung  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , sodass  $f((2, -1)^T) = (2, 2)^T$  und  $f((4, -2)^T) = (0, 0)^T$ .  wahr  falsch