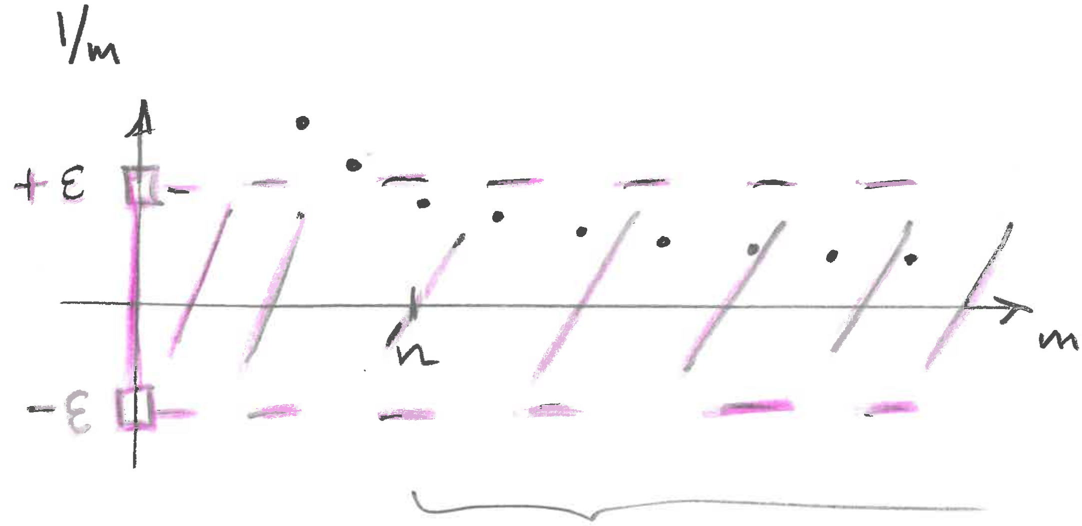
Bsp

Wir wollen zeigen:

$$\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_{>0} \ \exists n \in \mathbb{Z}_{\geq 1} \ \forall m \in \mathbb{Z}_{\geq n}:$$

$$\frac{1}{m} \in \left]-\varepsilon, +\varepsilon\right[$$



für $m \geq n$ liegen die Werte von $\frac{1}{m}$ im schraffierten Bereich

Kurz: $\frac{1}{m} \to 0$

Nachweis:

Sei $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ gegeben.

Wir suchen ein $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$ derart, daß für $m \in \mathbb{Z}_{\geq n}$ sich ergibt:

$$\frac{1}{m} \in \,]-\varepsilon, +\varepsilon[$$

$$\iff \frac{1}{m} < \varepsilon$$

$$\iff m > \frac{1}{\varepsilon}$$

Aber wir können $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$ mit $n > \frac{1}{\varepsilon}$ wählen. Ist dann $m \in \mathbb{Z}_{\geq n}$, dann ist auch

$$m \geqslant n > \frac{1}{\varepsilon},$$

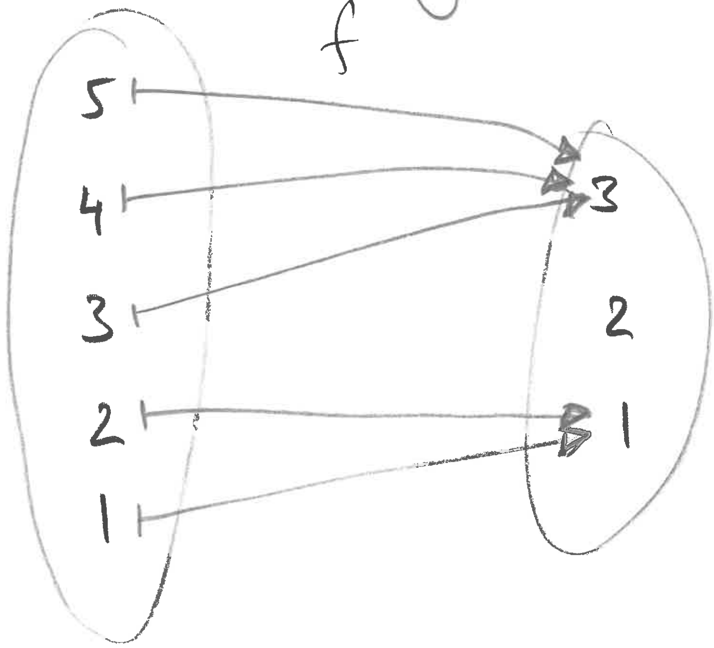
also, wie vorbereitet,

$$\frac{1}{m} \in \left] -\varepsilon , +\varepsilon \right[$$

(Das wird uns im zweiten Semester nochmals begegnen bei der Definition von Grenzwerten.)

<u>Bsp</u> Wir betrachten

die Abbildung



Es ist $f^{-1}(\{1\}) = \{1, 2\}$,

$f^{-1}(\{2\}) = \{\} = \emptyset$

$f^{-1}(\{3\}) = \{3, 4, 5\}$

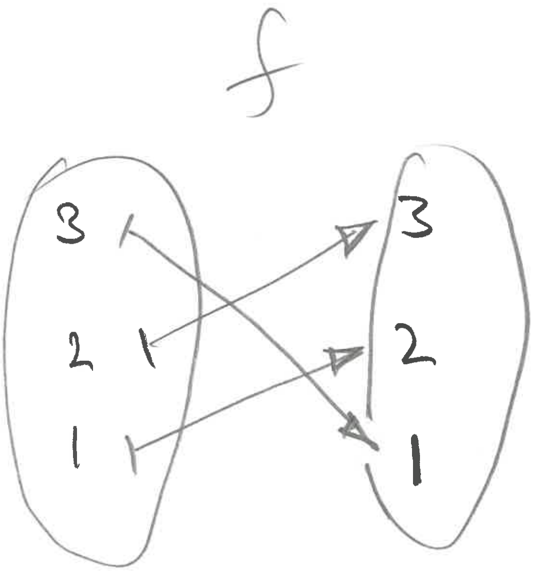
Wegen $|f^{-1}(\{2\})| = |\emptyset| = 0 < 1$

ist f nicht surjektiv.

Wegen $|f^{-1}(\{3\})| = |\{3, 4, 5\}| = 3 > 1$

ist f nicht injektiv.

Bsp



Urbild

Es ist f bijektiv.

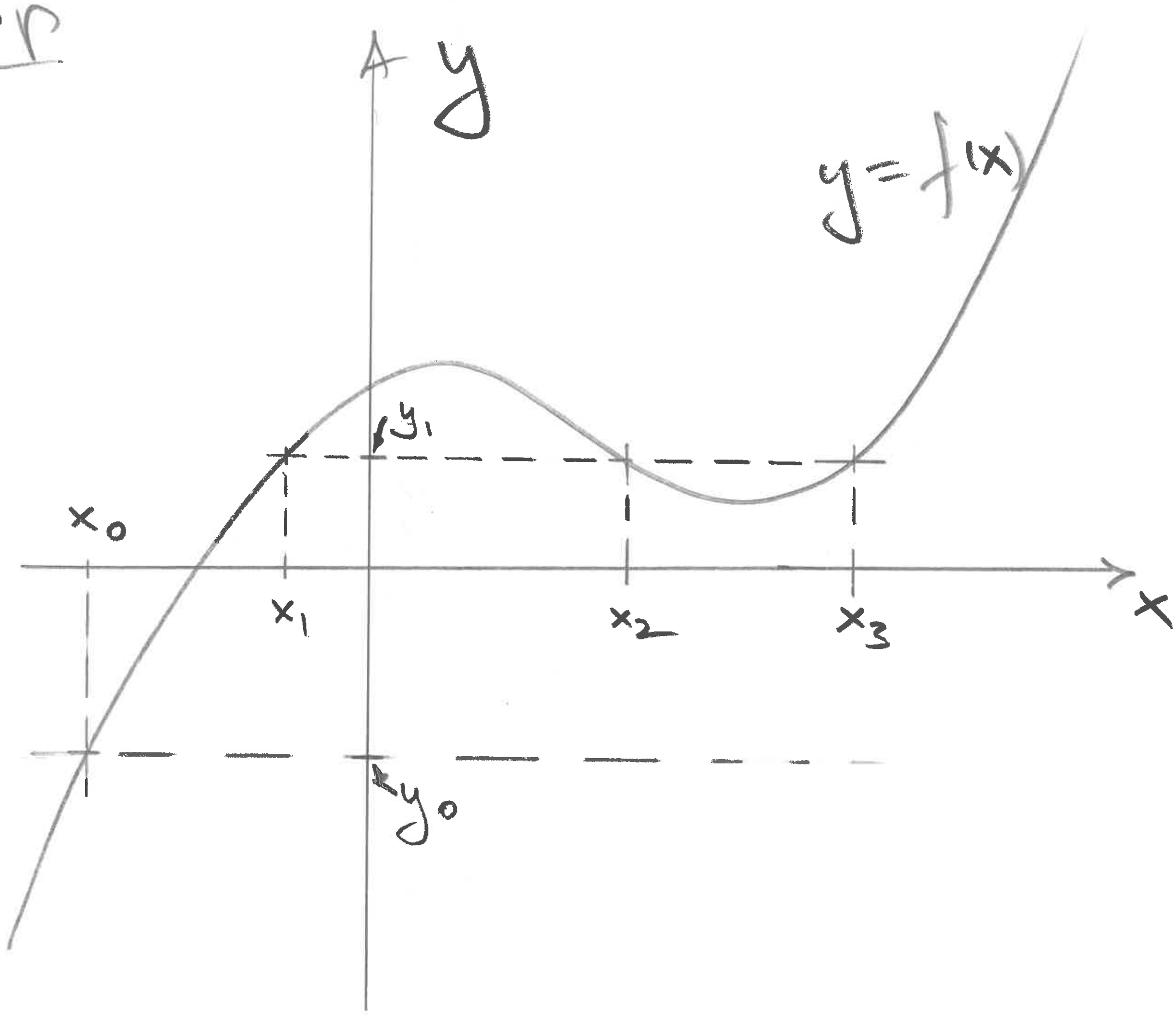
Es ist $f^{-1}(\{1\})$

$= \{3\} = \{f^{-1}(1)\}$

Also: $f^{-1}(1) = 3$.

Umkehrabbildung

Bsp



$$f^{-1}(\{y_0\}) = \{x_0\}$$

$$f^{-1}(\{y_1\}) = \{x_1, x_2, x_3\}$$

$\Rightarrow f$ ist nicht injektiv