Bsp Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Sei $a \equiv_6 b \equiv_9 c$.

Dann ist auch

$$a \equiv_3 b \equiv_3 c,$$

Denn $a - b \in 6\mathbb{Z} \subseteq 3\mathbb{Z}$

und $b - c \in 9\mathbb{Z} \subseteq 3\mathbb{Z}$.

Es folgt: $a \equiv_3 c$.

Bsp sei $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

sei $R = \{(1,2), (2,3), (4,4)\} \subseteq M \times M$.

Als Tafel:

R	1	2	3	4
1		x		
2			x	
3				
4				x

Für $x, y \in M$ sei

$$x S y :\iff (x R y \vee y R x \vee x = y)$$

S	1	2	3	4
1	x	x		
2	x	x	x	
3		x	x	
4				x

Sei nun wieder $(\sim)$ auf Π die von R erzeugte Äquivalenzrelation. Dann:

$$1 \; S \; 2 \; S \; 3$$

$S \subseteq (\sim)$
$$\Rightarrow 1 \sim 2 \sim 3$$

$(\sim)$ transitiv $\Longrightarrow$ $1 \sim 3$ $\overset{(\sim)\text{ symmetrisch}}{\Longrightarrow}$ $3 \sim 1$

Somit haben wir zumindest $(1,3)$ und $(3,1)$ in $(\sim)$.

Da das Hinzufügen dieser beiden Elemente aber bereits eine Äquivalenzrelation liefert, mit den Äquivalenzklassen

$\underbrace{\{1,2,3\}}$ und $\underbrace{\{4\}}$,

sind wir fertig und

erhalten:

$(\sim)$	1	2	3	4
1	×	×	×	
2	×	×	×	
3	×	×	×	
4				×

$$\Pi/(\sim) = \{\underbrace{\{1,2,3\}}, \underbrace{\{4\}}\}$$

In dieser Form darf man bei Aufgaben das Ergebnis auch angeben.