16.11.20-1

Bsp Wir wollen $f: \mathbb{Z}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ definieren durch

$$f(0) := 0$$

$$f(1) := 1$$

$$f(z) := f(z-1) + f(z-2)$$

für $z \in \mathbb{Z}_{\geq 2}$

Wir erhalten:

n	0	1	2	3	4	5	6	...
$f(n)$	0	1	1	2	3	5	8	...

(Fibonacci-Zahlen, $\frac{f(z+1)}{f(z)} \to \frac{1+\sqrt{5}}{2}$)

Bsp

$$\sum_{k=2}^{7} (3-k) = (3-2) + (3-3) + (3-4)$$
$$+ (3-5) + (3-6) + (3-7)$$
$$= 1 + 0 + (-1) + (-2) + (-3) + (-4)$$
$$= -9$$

$$\prod_{k=2}^{7} (3-k) = (3-2) \cdot \overbrace{(3-3)}^{0} \cdot (3-4)$$
$$\cdot (3-5) \cdot (3-6) \cdot (3-7)$$

$$= 0$$

Bsp $$\sum_{s=a}^{b} f(s) = \left(\sum_{s=a+1}^{b} f(s) \right) + f(a),$$

wobei $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $a \leq b$

und $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$

<u>Bsp</u> Sei $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$

Es ist $\dfrac{(n+1)!}{n!}$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n \cdot (n+1)}{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n}$$

$$= n+1$$

Es ist $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!}$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n \cdot (n+1)}{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1)}$$

$$= n \cdot (n+1)$$

Bsp $(1+0)^2 = \underbrace{\binom{2}{0}}_{1} \cdot \underbrace{1^2}_{1} \cdot 0^0 + \binom{2}{1} \cdot 1^1 \cdot \underbrace{0^1}_{0}$

$+ \binom{2}{2} \cdot 1^0 \cdot \underbrace{0^2}_{0}$

$= 0^0 = 1$

Um hier das richtige Ergebnis zu erhalten, war es nötig, $0^0 = 1$ gesetzt zu haben.

Bsp $(x-y)^3 = (x+(-y))^3$

$= \binom{3}{0} x^3 \cdot (-y)^0 + \binom{3}{1} x^2 \cdot (-y)^1$

$+ \binom{3}{2} x^1 \cdot (-y)^2 + \binom{3}{3} x^0 \cdot (-y)^3$

$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$