

Bsp (noch ohne Algorithmus)

$$\text{Es ist } \text{ggT} \left(\underbrace{6}_m, \underbrace{10}_n \right) = \underbrace{2}_g.$$

Denn:

$$(1) \text{ Es gilt } \underbrace{2} | \underbrace{6} \text{ und } \underbrace{2} | \underbrace{10}$$

$$(2) \text{ Es ist } \underbrace{2}_d = \underbrace{(-3)}_s \cdot \underbrace{6}_m + \underbrace{2}_t \cdot \underbrace{10}_n$$

Es sind in (2) s und t

aber nicht eindeutig. z.B. ist auch:

$$2 = 2 \cdot 6 + (-1) \cdot 10$$

$$2 = 7 \cdot 6 + (-4) \cdot 10$$

$$2 = 12 \cdot 6 + (-7) \cdot 10$$

\vdots

Bsp

Gesucht: $g := \text{ggT}(36, 100)$

suche $s, t \in \mathbb{Z}$ mit $s \cdot 36 + t \cdot 100 = g$

Euklid: $100 = 36 \cdot 2 + 28 \quad (*_1)$

$36 = 28 \cdot 1 + 8 \quad (*_2)$

$28 = 8 \cdot 3 + 4 \quad (*_3)$

$8 = 4 \cdot 2 + 0 \quad (*_4)$

$$\Rightarrow g = \text{ggT}(36, 100)$$

$$= 4$$

Für s, t dürfen wir, statt mit
den w_k zu arbeiten, auch rückwärts

einsetzen:

$$4 \stackrel{(*_3)}{=} 28 - 8 \cdot 3$$

$$\stackrel{(*)_2}{=} 28 - (36 - 28 \cdot 1) \cdot 3$$

$$= 28 \cdot 4 - 36 \cdot 3$$

$$\stackrel{(*)_1}{=} (100 - 36 \cdot 2) \cdot 4 - 36 \cdot 3$$

$$= 100 \cdot 4 - 36 \cdot 11$$

Also:

$$g = 4 = \underbrace{4 \cdot 100}_s + \underbrace{(-11)}_t \cdot 36$$

Was haben die w_k im Skript
dann für einen Sinn? Naja,
einem Rechner können Sie nicht
sagen: "jetzt rückwärts einsetzen".

Bsp Nodunal $ggT(36, 100)$,

mit jetzt mit Primfaktorzerlegung.

$$\begin{aligned} \text{Es ist } 36 &= 4 \cdot 9 \\ &= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Es ist } 100 &= 10^2 \\ &= 2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^2 \end{aligned}$$

Also ist

$$\begin{aligned} ggT(36, 100) &= 2^{\min(2,2)} \cdot 3^{\min(2,0)} \cdot 5^{\min(0,2)} \\ &= 2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^0 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Bsp

$$\text{Sei } n = 110100101111_2$$

Wir suchen die Hexadezimaldarstellung
von n , ohne den Umweg

über die Dezimaldarstellung
gehen zu wollen. Es wird

$$n = \underbrace{1101}_D \underbrace{0010}_2 \underbrace{1111}_F_2$$

$$= D2F_{16}$$